不同評估數下偏好投票與排序的DEA修正模式

李文明

摘 要

本文主要在探討偏好投票排序系統(preference voting and ranking system)之排序方法，並利用資料包絡分析法(Data Envelopment Analysis , DEA)進行候選對象之排序。當投票者對所有候選對象均列入評估時，Hashimoto(1997)所提出之DEA保證區間排除模式(DEA-AR exclusion model)可以有效進行排序，而在投票者對候選對象之資訊不完全時，每一候選對象被列入評估之次數即有所不同，此時，只需將DEA-AR exclusion model稍做修正，採用本研究所提出相對比率之排序方法，即可獲得較爲客觀之排序。而DEA模式排序之結果受到權數限制因素之影響，本文提出三種不同權數限制的修正模式做爲比較，並將此方法應用於台中市11家知名餐廳之偏好投票排序上。本文最後並提出流程圖以供選擇偏好投票排序系統模式之參考。

關鍵詞：偏好投票排序、資料包絡分析法、DEA保證區間排除模式、決策單位。

李文明：修平技術學院行銷與流通管理系講師
投稿日期：980309 接受刊登日期：980417

DEA Revised Models for Preference Voting and Ranking with Unequal Numbers of Assessment

Wen-Ming Lee

Abstract

This study aims to probe into preference voting and ranking method in which the method of Data Envelopment Analysis (DEA) is used to rank the candidates. When voters evaluate all of the candidates, the DEA-AR exclusion model proposed by Hashimoto (1997), guarantees that the candidates can be arranged in an order effectively. However, when the information of the candidates is not complete for voters, it is different to some extent that every candidate is chosen in terms of the evaluation times. At this moment, DEA-AR exclusion model can be revised for a new preference voting and ranking by relative frequency so as to obtain an objective ranking order. Three revised models, which are identified by the choice of weights, are proposed in the present study and applied in the ranking 11 famous restaurants at Taichung. A flow chart for selecting the suitable model for preference voting and ranking is also suggested.

Keywords: Preference Voting and Ranking, Data Envelopment Analysis (DEA), DEA-AR exclusion model, Decision Making Unit (DMU).

Wen-Ming Lee, Lecturer, Department of Marketing and Distribution Management, HIT.

壹、研究動機

當有諸多候選對象需要排序時，投票者常自所有對象中選出前 t 名之候選對象，並加以排序，假設所有排序並無打結（亦即評估相同名次），則利用下列公式可以獲得所有 n 個候選對象之整體分數，並根據整體分數排出其整體之順序(Hashimoto, 1997)

$$S_j = \sum_{r=1}^{t} u_r y_{rj} \quad j = 1, \cdots, n \quad r = 1, \cdots, t \qquad (1)$$

上式中 S_j 代表第 j 個候選對象之整體分數，y_{rj} 代表第 j 個候選對象在排序 r 所得到投票者投票之次數，而 u_r 代表第 r 個排序之權數，由上式可知：影響整體分數的關鍵在所獲得投票之次數與權數之大小。上述公式（1）存在於投票者能對所有候選對象進行排序時，但在進行候選對象排序時，投票者往往因為經驗不同，對某些候選對象完全無接觸或瞭解，因此，在排序上即未將此候選對象列入考慮，因此，各候選對象被列入排序之次數即有所不同，亦即：所有候選對象被列入評估之總數並不相同。若以被票選之次數計算其整體分數，對於投票者所熟知之候選對象而言，應該會有總分偏高之現象，因此，所有 n 個候選對象之整體分數計算，必須考慮其被列入評估之總數，並根據加權平均分數排出其整體之順序，加權平均分數之計算公式如下：

$$A_j = \frac{\sum_{r=1}^{t} u_r y_{rj}}{N_j} \quad j = 1, \cdots, n \quad r = 1, \cdots, t \qquad (2)$$

上式中 A_j 代表第 j 個候選對象所得到之加權平均分數，N_j 代表第 j 個候選對象被列入評估之次數，由上式可知：影響整體分數的關鍵在所獲得投票之次數、權數之大小與候選對象被列入評估之次數。

權數之大小可以事前決定，如分析層級程序(Analytic Hierarchy Process, AHP)方法(Satty 1980,1990)，也可以依照一定法則任意給予，其原則是：排序越前面則權數越大，且相鄰排序之權數差距，排名在前面者小於排名在後者(Stein et al.,1994)。而 DEA 方法不在事前決定權數之大小與排序原則，而直接以決策單位(Decision Making Units, DMUs)之最大效率為目標，在多輸入和/或多產出之條件下決定權數值並進行排序，此一方法可使每一 DMU 均可依其最大利益獲得最大排序分數與效率值，但權數值常會產生排名越前面，但權數卻越小之結果(Charnes et al.,1990; Cooper et al.,2000)，同時，DEA 方法在 DMUs 數未能大於其輸入/輸出變數至少三倍之條件下，其排序之分辨能力也

受到限制，常會產生過多效率為 1 的決策單位(Charnes and Cooper, 1990)。為了克服此些問題，Thompson et al.(1990)提出 DEA 保證區間（DEA-Assurance Region, DEA-AR）方法用以確保權數符合 Stein 所提原則；Andersen and Petersen (1993)提出 DEA 排除模型(DEA exclusion model)用來增加效率為 1 之決策單位的排序分辨能力，但其會產生某些 DMU 效率值過高之缺點；Hashimoto (1997)綜合上述之模式，提出 DEA-AR exclusion model，並舉例說明此一方法排序之結果可以獲致較佳之分辨能力，但此方法只存在於所有投票者均可針對所有候選對象加以評估之環境下，因此，所有候選對象被列入評估之總數(evaluation numbers)完全相同，對於被列入評估總數不同之問題如何排序，則未加探討。本研究主要在修正 Hashimoto 的 DEA-AR exclusion model，並應用此修正模式於所有候選對象被列入評估總數不同時之排序。

本研究首先說明偏好排序權數決定的方法；其次，說明不需要事前決定權數的DEA排序方法並說明Hashimoto (1997)的 DEA-AR exclusion model；由於 Hashimoto 方法僅能用於所有候選對象被列入評估之總數完全相同時，因此，緊接著提出模式之修正方法以適用於所有候選對象被列入評估總數不完全相同之情況；由於 DEA 方法乃是以每一決策單位依其最高效率為原則，訂出不同之權數值，但在權數值有所限制下，排序之結果也會有所不同，本研究依據所提出的修正方法，在權數之限制上採用三種不同的準則，依據此三種準則設計三種不同的 DEA 排序模式來進行候選對象之排序；最後，以台中市知名的 11 家餐廳所獲得的 760 份評比資料，利用本研究方法加以排序比較，並提出一流程圖作為排序模式選擇之參考。

貳、權數值之決定

排序投票系統權數的決定若完全由候選對象之順序決定，其權數的決定常是任意選擇，但原則是：排序越前面則權數越大，此一原則 Borda (1781)早在 200 年前即已提出，其權數最常見者為：

$$u_r = t - r + 1, \quad r = 1, \cdots, t \tag{3}$$

而 Stein et al.(1994)認為權數值只要符合：排序越前面則權數越大，且相鄰排序之權數差距，排名在前面者小於排名在後者，則縱使未在事前給予順序特定權數值，仍然可以達到部分排序之目的，Stein et al.以下列式子加以表達此兩個原則：

$$u_r - u_{r+1} > 0, \quad r = 1,\cdots,t-1 \tag{4}$$

$$u_r - u_{r+1} \geq u_{r+1} - u_{r+2}, \quad r = 1,\cdots,t-2 \tag{5}$$

然而，符合上述原則之權數值非常多，如何給定權數值，仍是一大問題。Cook and Kress (1990)提出利用DEA方法來進行排序，此一方法不需事前給定權數之順序與數值，此方法說明如下。

參、DEA模式之介紹

DEA 方法是由 Charnes et al. (1978)所提出，其乃是利用線性規劃之方法來計算多個使用相同輸入與輸出之決策單位 DMUs 的相對效率，此一方法已經廣泛應用於管理與經濟問題上(Cooper et al.,2000)。而任一決策單位 DMU j_0 之效率為其加權輸出總和除以其加權輸入總和之比率值，最基本之模式為 CCR 模式(Charnes et al.,1978)：

$$\begin{aligned}
\max \quad & h_0 = \sum_{r=1}^{t} u_r y_{rj_0} \\
s.t. \quad & \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij_0} = 1 \\
& \sum_{r=1}^{t} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} \leq 0, \quad j = 1,\cdots,n \\
& u_r, v_i \geq 0, \quad for \quad all \quad r \; and \; i
\end{aligned} \tag{6}$$

上式中，j 為 DMUs 之指標，其值為 j=1,2,…,n，亦即共有 n 個決策單位；r 為輸出指標，其值為 r=1,2,…,t，亦即共有 t 個輸出；i 為輸入單位，其值為 i=1,2,….,m，代表有 m 個輸入；y_{rj} 代表第 j 個決策單位之第 r 個輸出值，x_{ij} 代表第 j 個決策單位之第 i 個輸入值。當 h_0 =1 時，即代表決策單位 j_0 是有效率的。此一基本模式常發生分辨力不佳與權數分配不真實之問題(Li and Reeves, 1999)，分辨力不佳乃因 DMUs 之數量未能超過輸入與輸出總數之三倍以上(Charnes and Cooper, 1990)，而權數分配不真實乃產生於 DMUs 可能因為某一輸入(input)權數非常小或某一輸出(output)權數非常大，造成此一 DMU 有效率，亦即：傳統 DEA 方法所求出 DMUs 之權數常呈不平均之分佈現象，上述兩個問題常產生交互作用且同時發生。為了克服分辨性不佳問題，Sexton et al. (1986)提出交叉效率評等(cross-efficiencies rated)之方法，除了傳統 DEA 之自我評估外，也加入群組中之所有 DMUs 之交叉評估，並將上述評估值平均作為 DMUs 效率衡量之依據，此方法之最近應用為 Green et al.(1996)之研究。而對於權數分配不真實之問題，Charnes et al.(1990)提出 cone-ratio 方法，Thompson et al. (1990)提出保證區域（Assurance Region, AR）方法，用來限制權數之範圍，此方法可以獲致較為合理之權數值，但對出現多

個效率爲 1 之 DMUs，則無法加以分辨，因此，Andersen and Petersen (1993)提出 DEA exclusion model 解決此一問題。

CCR 基本模式若應用在偏好投票與排序系統上，其輸入値僅有投票總數 x_j 一項，且其値均相同，因此，此一模式變成：

$$
\begin{aligned}
\max \quad & h_0 = \sum_{r=1}^{t} u_r y_{rj_0} \\
s.t. \quad & v x_{j_0} = 1 \\
& \sum_{r=1}^{t} u_r y_{rj} - v x_j \le 0, \quad j = 1, \cdots, n \\
& u_r, v_i \ge 0, \quad for \quad all \quad r \; and \; i
\end{aligned} \tag{7}
$$

由於 $vx_j = 1$，因此模式也可寫成下列形式：

$$
\begin{aligned}
\max \quad & h_0 = \sum_{r=1}^{t} u_r y_{rj_0} \\
s.t. \quad & \sum_{r=1}^{t} u_r y_{rj} \le 1, \quad j = 1, \cdots, n \\
& u_r, v_i \ge 0, \quad for \quad all \quad r \; and \; i
\end{aligned} \tag{8}
$$

由於 DEA 模式是以每一決策單位最高效率爲目標決定其權數值，因此，權數常出現不平均之分佈，且排名較高之候選對象，其權數可能小於排名在後之候選對象，因此，對於權數之數值應有一定之範圍限制，此即 DEA-AR model(Thompson et al.,1990)，若其權數範圍以 Stein et al.(1994)做爲限制，此一模式即爲 Cook and Kress (1990)所提之模型：

$$
\begin{aligned}
\max \quad & h_0 = \sum_{r=1}^{t} u_r y_{rj_0} \\
s.t. \quad & \sum_{r=1}^{t} u_r y_{rj} \le 1, \quad j = 1, \cdots, n \\
& u_r - u_{r+1} \ge d(r, \varepsilon), \quad r = 1, 2, \cdots, t-1 \\
& u_t \ge d(t, \varepsilon) \\
& u_r, v_i \ge 0, \quad for \quad all \quad r \; and \; i
\end{aligned} \tag{9}
$$

上式中 $d(r,\varepsilon)$ 爲分辨密度函數(discrimination intensity function)，其用來表示相鄰排序間之權數差距，而 ε 爲分辨因素(discriminating factor)，其用來決定分辨密度函數之特性，$d(r,\varepsilon)$ 與 ε 之決定將會影響排序之結果；當 $d(r,\varepsilon)$=0 時，權數間具有弱排序(weak ordering)之性質，亦即：$u_1 \ge u_2 \ge \cdots \ge u_t$，若 $d(r,\varepsilon)$>0 時，權數間具有強排序(strong ordering)之性質，亦即：$u_1 > u_2 > \cdots > u_t$。Green et al.(1996)證實：當 $d(r,\varepsilon) = \varepsilon$ >0 時，其分辨性較佳。而 Noguchi et al. (2002)證實：上述之弱排序在排序應用上，由於無法造成有效排序之分辨效果，因此，在實用上並無意義，其另提出和 Green 之強排序相同意義之弱排序，此一排序之權數條件爲：

$u_t - u_{t+1} \ge d(r,\varepsilon) = \varepsilon > 0,\quad u_1 > u_2 > \cdots > u_t > 0$，此一排序之權數較爲自由，而爲了獲得有效之排序效果，其又定義另一強排序爲：

$u_1 \ge 2u_2 \ge 3u_3 \ge \cdots \ge tu_t,\quad u_t \ge \frac{2}{(t)(t+1)n}$，Noguchi et al.(2002)同時提出：當 $u_r - u_{r+1} \ge d(r,\varepsilon) = \varepsilon > 0$ 時，ε 之值應小於每一候選對象被票選總數最大值之倒數，否則，權數將無法求出，亦即：

$$\varepsilon_{\max} < \frac{1}{\text{每一候選對象被票選總數最大值}}$$

除了利用 $d(r,\varepsilon)$ 及 ε 之控制來進行候選對象之排序外，對於效率爲 1 之候選對象，Andersen and Petersen (1993)提出 DEA exclusion model 解決此一問題，若結合 Stein et al. (1994)之權數限制，此一模型即爲 Hashimoto (1997)所提出之 DEA-AR exclusion model ：

$$
\begin{aligned}
\max\quad & h_0 = \sum_{r=1}^{t} u_r y_{rj_0} \\
s.t.\quad & \sum_{r=1}^{t} u_r y_{rj} \le 1,\quad j = 1,\cdots,n,\quad j \ne j_0 \\
& u_r - u_{r+1} \ge d(r,\varepsilon),\quad r = 1,2,\cdots,t-1 \\
& u_t \ge d(t,\varepsilon) \\
& u_r - 2u_{r+1} + u_{r+2} \ge 0,\quad r = 1,2,\cdots,t-2 \\
& u_r, v_i \ge 0,\quad for\quad all\quad r\ and\ i
\end{aligned}
\tag{10}
$$

肆、模式之修正

Hashimoto (1997)所提出模型適用於輸入僅有一項，且其值相同之時，對於偏好投票排序系統而言，輸入固定爲投票總數一項無可置疑，但每一候選對象之投票總數卻可能因爲投票者資訊獲得與經驗之差異而有所不同。如：詢問投票者對某類食物之偏好與排名，若此類食物共有十種，要求投票者圈選排名前三名之食物，由於並非所有投票者均吃過此十種食物，因此在問卷設計上會先詢問其曾吃過之食物種類，而後再加以排序，由於投票者曾吃過之食物種類並不相同，因此，每一類食物最後被評估次數即有所差異，若直接以候選對象所獲得之前三名投票次數做排序，將會對被評估次數較多者有利，一般統計學均以前述公式(2)之加權平均數做爲評估依據，但其仍會出現權數不易決定之問題，而若以 DEA 方法排序，其模式必須由公式(4)加以修正如下：

$$
\begin{aligned}
\max\quad & h_0 = \frac{\sum_{r=1}^{t} u_r y_{rj_0}}{vx_{j_0}} \\
& = \sum_{r=1}^{t} u_r \times \frac{y_{rj_0}}{vx_{j_0}} = \sum_{r=1}^{t} \frac{u_r \times R_{rj_0}}{v} \\
s.t.\quad & \frac{\sum_{r=1}^{t} u_r y_{rj}}{vx_j} = \sum_{r=1}^{t} \frac{u_r \times R_{rj}}{v} \le 0,\quad j = 1,\cdots,n \\
& u_r, v_i \ge 0,\quad for\quad all\quad r\ and\ i
\end{aligned}
\tag{11}
$$

上式中 $R_{rj} = \frac{y_{rj}}{x_j}$，亦即每一候選對象 j 被票選入排序 r 之次數 y_{rj} 除以其被投票之總次數 x_j，若權數 v 爲 1，則此模

式也可寫成標準 CCR 模式如下：

$$
\begin{aligned}
\max \quad & h_0 = \sum_{r=1}^{t} u_r \times R_{rj_0} \\
s.t. \quad & \sum_{r=1}^{t} u_r \times R_{rj} \le 1, \quad j = 1, \cdots, n \\
& u_r, v_i \ge 0, \quad for \quad all \quad r \; and \; i
\end{aligned} \tag{12}
$$

由所提出修正公式，結合 Stein et al.(1994)與 Noguchi et al.(2002)之權數範圍，本研究提出三個 DEA-AR 修正模式，模式 I 採用 Hashimoto(1997)權數之範圍，其模式以(13)表示；模式 II 採用 Noguchi et al. (2002)之弱排序權數，其和模式 I 之差別在u_t不限定大於等於ε，亦不限定$u_r - 2u_{r+1} + u_{r+2} \ge 0$，此一模式以(14)表示；模式 III 則採用 Noguchi et al. (2002)之強排序權數範圍，此一模式以(15)表示。此三個模式之差別在：模式 I、III 有權數起始值，模式 I 要求$u_t \geqq \varepsilon$，模式 III 要求$u_t \geqq$ 2/(n×t×(t+1))，而模式 III 要求權數之差距較大，模式 I 要求之權數差距較小。

Model I:

$$
\begin{aligned}
\max \quad & h_0 = \sum_{r=1}^{t} u_r \times R_{rj_0} \\
s.t. \quad & \sum_{r=1}^{t} u_r \times R_{rj} \le 1, \quad j = 1, \cdots, n \\
& u_r - u_{r+1} \ge \varepsilon, \quad r = 1,2,\cdots, t-1 \\
& u_t \ge \varepsilon \\
& u_r - 2u_{r+1} + u_{r+2} \ge 0, \quad r = 1,2,\cdots, t-2 \\
& u_r, v_i \ge 0, \quad for \quad all \quad r \; and \; i
\end{aligned} \tag{13}
$$

Model II:

$$
\begin{aligned}
\max \quad & h_0 = \sum_{r=1}^{t} u_r \times R_{rj_0} \\
s.t. \quad & \sum_{r=1}^{t} u_r \times R_{rj} \le 1, \quad j = 1, \cdots, n \\
& u_r - u_{r+1} \ge \varepsilon > 0, \quad r = 1,2,\cdots, t-1 \\
& u_r, v_i \ge 0, \quad for \quad all \quad r \; and \; i
\end{aligned} \tag{14}
$$

Model III:

$$
\begin{aligned}
\max \quad & h_0 = \sum_{r=1}^{t} u_r \times R_{rj_0} \\
s.t. \quad & \sum_{r=1}^{t} u_r \times R_{rj} \le 1, \quad j = 1, \cdots, n \\
& ru_r - (r+1)u_{r+1} \ge 0, \quad r = 1,2,\cdots, t-1 \\
& u_t \ge \tfrac{2}{t(t+1)n} \\
& u_r, v_i \ge 0, \quad for \quad all \quad r \; and \; i
\end{aligned} \tag{15}
$$

藉由上述模式，每一 DMU 均可獲得一組權數以獲得其最大效率，而當此權數值可以使得 DMU j_0獲得最大效率時，相對的也可根據此一權數值計算出其它 DMU j (j≠j_0)之效率，因此，在有 n 個 DMUs 之排序問題上，任一 DMU 均有 n 個效率值，而任一 DMU 之整體效率排序，可用 Noguchi et al.(2002)提出幾何平均法做爲排序之依據，其計算公式爲：

$$
\lambda_j = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} h_{ji}} \tag{16}
$$

上式中h_{ji}代表第 j 個 DMU 其所有效率值。

伍、研究方法

本研究主要在探討不同 DEA 模式對排序投票系統整體候選對象排序之效果，由於每一候選對象之投票總數並不相同，本研究修正 Hashimoto (1997) 模式成爲可應用於投票總數不相同的排序問題，而爲了避免 DEA 排序可能產生的權數不合理與效率值 1 過多之問題，將權數範圍依不同學者之觀點加以限制，因此，成爲三個 DEA-AR 的修正模式，並利用全因子實驗設計方法進行不同模式之比較，以研究不同權數限制方式對排序效果之影響。由於 DEA 模式之分辨效果受分辨因素 ε 之影響，本研究首先依據 Noguchi et al.(2002)所建議的求出權數最大值

$$\varepsilon_{\max} < \frac{1}{\text{每一候選對象被票選總數最大值}}$$

然後設定 ε 值爲 $0.5\,\varepsilon_{\max}$、$0.25\,\varepsilon_{\max}$、與 $0.01\,\varepsilon_{\max}$。而在效率爲 1 之候選對象排序上，所有排序對象均用 DEA-exclusion model 加以處理，且其整體排序可取 DMUs 效率最大與 Noguchi et al.(2002)提出的幾何平均法進行。因此，此研究之實驗設計因子與水準可如表 1 所示，每一實驗試行 2 次，共需進行 24 次排序。

表 1.　本研究之實驗設計因子

因　子	水　準
模式	傳統 CCR-AR 模式、修正模式 I、II、III（四個水準）
ε 值	$0.5\,\varepsilon_{\max}$、$0.25\,\varepsilon_{\max}$、$0.01\,\varepsilon_{\max}$（三個水準）
效率評估方式	DMU 效率最大、幾何平均法（二個水準）

陸、研究結果

6.1.不同模式之比較

由於修正模式 I 之權數和 Hashimoto(1997)模式相同，本研究首先驗證修正模式I與Hashimoto (1997)模式之差異性。本研究之資料來自Stein et al.(1994) 與 Hashimoto(1997) 研究之結果，原始資料如表 2 所示，其中 $R_{rj} = \frac{y_{rj}}{x_j}$，亦即每一候選對象j被票選入排序r之次數 y_{rj} 除以其被評估之總次數 x_j。經實驗試行，排序結果可用表3說明，由此表可知：當每一DMU被列入評估之次數完全相同時（假設均爲92次），則利用修正模式I且採用 $\varepsilon=0.01\,\varepsilon_{\max}$，其排序結果和Hashimoto(1997)模式所計算出之DMU效率完全相同，而 ε 值之大小對排序之影響並不明顯。

至於修正模式II，ε 並無起始值之

要求，因此會使權數值更集中於某一輸出值而增大其效率；模式III之結果則恰好相反，由於要求 ε 之起始值爲2/(n×t×(t+1))，且權數之差距較大，效率值較低。由此可知：權數起始值 $u_t \geq \varepsilon$ ，當 ε 之值越大時，所有DMU之效率越低，而當權數之差距越大時，所有DMU之效率也越低，且其影響力超過權數起始值之影響。

6.2.幾何平均法與最大效率排序法之比較

由於DEA方法是以每一DMU要求其相對效率最高爲原則，每一DMU均可獲得一組權數以獲得其最大效率，而當此權數值可以使得DMU j_0獲得最大效率時，相對的也可根據此一權數值計算出其它DMU j ($j \neq j_0$)之效率，因此，在有n個DMUs之排序問題上，任一DMU均有n個效率，Noguchi et al.(2002)提出幾何平均法做爲排序之依據，公式如(13)所示。若以Stein et al.(1994)資料進行效率之排序，其結果如表4所示。由此表可知：當 ε 值越大時，高效率DMUs其效率變低，而低效率DMUs其效率變高，因此，會縮小效率之差距，而當原本效率差不距大時，排序即有可能更動，如：修正模式I（0.25 ε_{max}）與修正模式I（0.5 ε_{max}）。

至於幾何平均排序方法與最大效率排序方法之差異，可用表5說明，由此表可知：當某一DMU獲致其最大效率時，常會造成其它DMUs之效率下降，如DMU B在其效率爲1時（經過DEA exclusion model修正得：效率爲1.4073），使得DMU A之效率降爲0.7106，因此，影響其幾何平均值，由於每一DMU對權數之決定看法不同，利用幾何平均法會比最大效率客觀，但爲了避免極端值之產生，縮小效率之差距是一可行之方法，因此，在有多個效率爲1之DMUs環境下，採用較高的 ε 爲可行之選擇。

表 2.　研究所需原始資料與修正模式資料 [a]

Candidate	排序					Borda 排序		$R_{rj}=\frac{y_{rj}}{x_j}$				
	1	2	3	4	5	Score	Order	1	2	3	4	5
A	27	38	15	7	4	350	1	0.29348	0.41304	0.16304	0.07609	0.04348
B	38	15	16	14	7	333	2	0.41304	0.16304	0.17391	0.15217	0.07609
C	21	25	30	8	5	316	3	0.22826	0.27174	0.32609	0.08696	0.05435
D	2	8	10	23	19	137	4	0.02174	0.08696	0.10870	0.25000	0.20652
E	1	1	11	22	24	110	5	0.01087	0.01087	0.11957	0.23913	0.26087
F	2	4	4	7	13	65	6	0.02174	0.04348	0.04348	0.07609	0.14130
G	1	0	4	7	13	44	7	0.01087	0.00000	0.04348	0.07609	0.14130
H	0	1	1	0	0	7	8	0.00000	0.01087	0.01087	0.00000	0.00000
I	0	0	1	1	1	6	9	0.00000	0.00000	0.01087	0.01087	0.01087
J	0	0	0	1	2	4	10	0.00000	0.00000	0.00000	0.01087	0.02174
K	0	0	0	1	2	4	10	0.00000	0.00000	0.00000	0.01087	0.02174
L	0	0	0	1	0	2	12	0.00000	0.00000	0.00000	0.01087	0.00000
M	0	0	0	0	1	1	13	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.01087
N	0	0	0	0	1	1	13	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.01087

a.資料來自 Stein et al.(1994)，假設每一 DMU 均被列入評估 92 次。

表 3.　各種修正模式（不同分辨因素 ε ）與 Hashimoto 研究之比較

Candidate	DEA-AR exclusion		修正模式 I（0.01 ε_{max}）		修正模式 I（0.25 ε_{max}）		修正模式 I（0.5 ε_{max}）		修正模式 II（0.01 ε_{max}）		修正模式 III	
	效率	排序	效率	排序	效率	排序	效率	排序	效率	排序	效率	排序
A	1.075	2	1.075	2	1.0748	2	1.0746	2	1.2264	2	1.0109	2
B	1.407	1	1.407	1	1.4031	1	1.3987	1	1.4073	1	1.4067	1
C	0.978	3	0.978	3	0.9773	3	0.9766	3	0.9780	3	0.8541	3
D	0.681	4	0.681	4	0.6786	4	0.6758	4	0.6812	4	0.3388	4
E	0.648	5	0.648	5	0.6452	5	0.6420	5	0.6482	5	0.2775	5
F	0.330	6	0.330	6	0.3283	6	0.3269	6	0.3296	6	0.1737	6
G	0.275	7	0.275	7	0.2733	7	0.2719	7	0.2747	7	0.1199	7
H	0.022	11	0.022	11	0.022	11	0.0219	11	0.0220	11	0.0163	8
I	0.033	8	0.033	8	0.0328	8	0.0327	8	0.0330	8	0.0141	9
J	0.033	9	0.033	9	0.0328	9	0.0326	9	0.0330	8	0.0117	10
K	0.033	9	0.033	9	0.0328	9	0.0326	9	0.0330	8	0.0117	10
L	0.011	12	0.011	12	0.0109	12	0.0109	12	0.0110	12	0.0046	11
M	0.011	13	0.011	13	0.0109	13	0.0108	13	0.0110	12	0.0036	12
N	00.011	13	00.011	13	0.0109	13	0.0108	13	0.0110	12	0.0036	13

表 4. 利用幾何平均法計算效率並進行排序結果

Candidate	DEA-AR exclusion		修正模式 I（0.01 ε_{max}）		修正模式 I（0.25 ε_{max}）		修正模式 I（0.5 ε_{max}）		修正模式 II（0.01 ε_{max}）		修正模式 III	
	效率	排序	效率	排序	效率	排序	效率	排序	效率	排序	效率	排序
A	1.00517	2	0.98095	2	1.00516	1	1.00513	1	0.99022	2	0.97056	2
B	1.01505	1	0.98977	1	0.99026	2	0.98996	2	1.01503	1	0.99978	1
C	0.95597	3	0.93893	3	0.93762	3	0.93733	3	0.91948	3	0.83867	3
D	0.53271	4	0.56744	4	0.53655	4	0.53594	4	0.50381	4	0.29558	4
E	0.46240	5	0.51577	5	0.42561	5	0.42776	5	0.41667	5	0.22228	5
F	0.27441	6	0.28915	6	0.27173	6	0.27109	6	0.26282	6	0.15385	6
G	0.20880	7	0.22935	7	0.22576	7	0.22516	7	0.22933	7	0.10071	7
H	0.02197	11	0.02197	8	0.01946	9	0.01947	9	0.01945	8	0.01561	8
I	0.02900	10	0.01710	9	0.02151	8	0.02260	8	0.01621	9	0.01232	9
J	0.03296	8	0.01463	10	0.01830	10	0.01938	10	0.01289	10	0.01072	10
K	0.03296	8	0.01463	10	0.01830	10	0.01938	10	0.01289	10	0.01072	10
L	0.01098	12	0.00130	14	0.00290	14	0.00344	14	0.00109	14	0.00451	12
M	0.01098	13	0.01098	12	0.01091	12	0.01083	12	0.01098	12	0.00358	13
N	0.01098	13	0.01098	12	0.01091	12	0.01083	12	0.01098	12	0.00358	13

表 5. 幾何平均法排序與最大效率法排序之比較 [a]

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	λ
A	**1.226**[b]	0.7106	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.990227
B	1.0000	**1.4073**	0.9890	0.9890	0.9890	0.9890	0.9890	0.9890	0.9890	0.9890	0.9890	0.9890	0.9890	0.9890	1.015033
C	0.7296	0.5527	**0.9780**	0.9780	0.9780	0.9780	0.9780	0.9780	0.9780	0.9780	0.9780	0.9780	0.9780	0.9780	0.919486
D	0.1290	0.0527	0.6812	**0.6812**	0.6812	0.6812	0.6812	0.6812	0.6812	0.6812	0.6812	0.6812	0.6812	0.6812	0.503815
E	0.0328	0.0264	0.6482	0.6482	**0.6482**	0.6482	0.6482	0.6482	0.6482	0.6482	0.6482	0.6482	0.6482	0.6482	0.416678
F	0.0866	0.0527	0.3296	0.3296	0.3296	**0.3296**	0.3296	0.3296	0.3296	0.3296	0.3296	0.3296	0.3296	0.3296	0.262821
G	0.0222	0.0263	0.2747	0.2747	0.2747	0.2747	**0.2747**	0.2747	0.2747	0.2747	0.2747	0.2747	0.2747	0.2747	0.229337
H	0.0106	0.0000	0.0220	0.0220	0.0220	0.0220	0.0220	**0.0220**	0.0220	0.0220	0.0220	0.0220	0.0220	0.0220	0.019459
I	0.0000	0.0000	0.0330	0.0330	0.0330	0.0330	0.0330	0.0330	**0.0330**	0.0330	0.0330	0.0330	0.0330	0.0330	0.016216
J	0.0000	0.0000	0.0330	0.0330	0.0330	0.0330	0.0330	0.0330	0.0330	**0.0330**	0.0330	0.0330	0.0330	0.0330	0.012899
K	0.0000	0.0000	0.0330	0.0330	0.0330	0.0330	0.0330	0.0330	0.0330	0.0330	**0.0330**	0.0330	0.0330	0.0330	0.012899
L	0.0000	0.0000	0.0110	0.0110	0.0110	0.0110	0.0110	0.0110	0.0110	0.0110	0.0110	**0.0110**	0.0110	0.0110	0.001096
M	0.0000	0.0000	0.0110	0.0110	0.0110	0.0110	0.0110	0.0110	0.0110	0.0110	0.0110	0.0110	**0.0110**	0.0110	0.010986
N	0.0000	0.0000	0.0110	0.0110	0.0110	0.0110	0.0110	0.0110	0.0110	0.0110	0.0110	0.0110	0.0110	**0.0110**	0.010986

a.本表為修正模式 II（0.01 ε_{max}）執行結果。

b.粗黑體部分代表 DEA exclusion 執行結果，代表 DMUs 之最高效率

柒、模式應用

7.1.傳統方法排序結果

表 6 資料爲台中市餐飲業問卷調查部份之結果，此份問卷針對台中市 11 家知名餐廳進行行銷研究，問卷中要求消費者圈選其曾去過之餐廳，並針對此些餐廳挑選滿意前三名加以排序，由於消費者去過之餐廳並不相同，因此，每一餐廳被評估之次數即有所不同，若直接以被圈選前三名之次數與公式(1)做爲計算整體得分之依據，則消費者常去之餐廳將會獲得較高之分數，此部分以 Borda (1781)方式計算，可得表 6 內 Borda 方法之得分與排序；而若利用統計學上加權平均數之概念，利用公式(2)計算其加權平均數，可得表 6 內加權計算之得分與排序。由此表可知：消費者曾去過之餐廳較多者如 A、G，排名有偏高之現象，若用加權排名應該比較合理，但本題應用之 Borda 權數爲 3、2、1 對應排名 1、2、3 名，若權數更動，其排名即會有所不同，因此，如何事前客觀選擇權數，仍是一大問題。

表 6　台中市餐飲業問卷調查傳統排序結果 [a]

Candidate	消費者排序			曾去過此餐廳數	$R_{rj}=\dfrac{y_{rj}}{x_j}$			Borda 方法		加權計算	
	1	2	3		1	2	3	Score	排序	Score	排序
A	270	223	156	760	0.35526	0.29342	0.20526	1412	1	1.85789	2
B	20	42	38	256	0.07813	0.16406	0.14844	182	8	0.71094	7
C	25	67	113	482	0.05187	0.139	0.23444	322	7	0.66805	8
D	2	2	8	64	0.03125	0.03125	0.125	18	11	0.28125	11
E	10	19	25	202	0.0495	0.09406	0.12376	93	10	0.4604	10
F	8	23	37	223	0.03587	0.10314	0.16592	107	9	0.47982	9
G	39	120	124	549	0.07104	0.21858	0.22587	481	3	0.87614	6
H	40	77	87	411	0.09732	0.18735	0.21168	361	5	0.87835	5
I	58	61	71	375	0.15467	0.16267	0.18933	367	4	0.97867	4
J	66	58	36	227	0.29075	0.25551	0.15859	350	6	1.54185	3
K	222	68	65	430	0.51628	0.15814	0.15116	867	2	2.01628	1

7.2.修正模式排序結果

由於每一餐廳（亦即：決策單位DMU）被評估之次數並不相同，因此，Hashimoto(1997)模式並不適用，利用本文提出之修正模式可以有效進行排序，其排序如表 7 所示。由此表可得下列之結果：

1. 若僅用排序資料，不考慮被評估次數，則利用 DEA-AR exclusion 模式，可以得到和 Borda 相同之結果。
2. 修正模式 I、II 不管 ε 爲何，其排序結果完全相同，但和 DEA-AR exclusion 模式不同，若對照加權平均法排序，修正模式顯然較爲合理。
3. 修正模式 III 之排序結果和另兩個修正模式不同，且由於限定 $\varepsilon \geqq 2/(n \times t \times (t+1))$，其值較大，會降低效率值，且其權數差距較大，降低效率更明顯，對高效率之 DMUs 能夠有效分辨，因此，可以分出 A 與 K 之排序。

捌、結論與建議

本研究主要在修正 Hashimoto(1997)模式以適用於投票排序系統，在每一DMUs 被評估之次數完全相同下，修正

表 7. 台中市餐飲業問卷調查修正模式排序結果 [a]

Candidate	DEA-AR exclusion		修正模式 I ($0.01\ \varepsilon_{max}$)		修正模式 I ($0.25\ \varepsilon_{max}$)		修正模式 I ($0.5\ \varepsilon_{max}$)		修正模式 II ($0.01\ \varepsilon_{max}$)		修正模式 III	
	效率	排序	效率	排序	效率	排序	效率	排序	效率	排序	效率	排序
A	1.00023	1	1	1	1	1	1.00000	1	1	1	0.88332	2
B	0.13091	8	0.45162	8	0.45159	8	0.45155	8	0.44665	8	0.32465	7
C	0.23872	7	0.48714	7	0.48709	7	0.48703	7	0.47080	7	0.30897	8
D	0.01442	11	0.21418	11	0.21415	11	0.21412	11	0.20258	11	0.13712	11
E	0.06878	10	0.30795	10	0.30792	10	0.30789	10	0.30105	10	0.21338	10
F	0.07882	9	0.3493	9	0.34926	9	0.34922	9	0.33803	9	0.22107	9
G	0.34367	3	0.59331	4	0.59326	4	0.59320	4	0.58321	4	0.39585	6
H	0.26417	5	0.57278	6	0.57274	6	0.57269	6	0.56278	6	0.40505	5
I	0.27011	4	0.58817	5	0.58815	5	0.58812	5	0.57999	5	0.46321	4
J	0.24658	6	0.82575	3	0.82575	3	0.82575	3	0.82747	3	0.72997	3
K	0.60228	2	0.97575	2	0.97579	2	0.97585	2	0.97575	2	1	1

模式完全和 Hashimoto(1997)模式相同，而在每一 DMUs 被評估之次數不相同下，利用 Hashimoto(1997)模式無法真實反應排序結果，而修正模式可以獲得接近加權平均數之排序結果，且修正模式不用事前決定權數值，其在排序上可以省去事前客觀決定權數之困擾。

而在修正模式 I、II、III 之比較上，排序結果的差異來自權數是否有起始值與權數間之差距而定，當權數有起始值時，起始值越大則 DMUs 之效率下降越多，且權數之差距越大，所造成之效率下降現象更甚於起始值大小，因此，同時具有起始值且權數差距較大之模式 III 具有較高之排序分辨力，但其權數值之彈性則較少。

若排序均以 DMUs 本身之立場追求其最高效率，則可用最大效率值直接排序，但若考慮對其它 DMUs 之影響，利用幾何平均法計算效率值，可以增加其客觀性與說服力。本文最後提出一偏好排序投票系統模式之選擇流程圖，可做為偏好排序投票系統模式決策之參考。

排序結果主要受到權數大小之影響，若要求事前決定權數，則如何決定客觀之權數，為一值得研究之課題，若不事前要求權數大小，則DEA-AR模式為較佳之選擇，然而，對於效率值為1之DMUs，雖然有DEA exclusion model可供分辨，但其效率值受到低效率DMUs之影響，Obata and Ishii (2003)提出另一種有效率DMUs之排序方法，值得進一步研究。同時，Li and Reeves (1999)基於多目標線性規劃(Multiple Objective Linear Programming, MOLP)概念提出多準則DEA方法(Multiple Criteria Data Envelopment Analysis, MCDEA)，此方法可以獲致較為平均之權數值且可以有效降低效率為1之DMUs個數，此方法如何應用於投票排序系統，仍有待進一步研究。

由上述之分析可知：若DMUs被列入評估之次數相同時，採用Hashimoto和修正模式並無不同，但在DMUs被列入評估之次數不相同時，應該用修正模式較為合理。修正模式若有要求權數之起始值，如模式I與模式III，其效率會下降，且利用幾何平均法會縮小效率之差距，尤其是模式III具有較高之起始值，且權數之差距要求較大，效率下降更明顯，更能有效排出排序等級。因此，偏好投票排序系統可依其要求，根據圖1流程，決定所應選擇模式。

a.本表排序以幾何平均法排序。

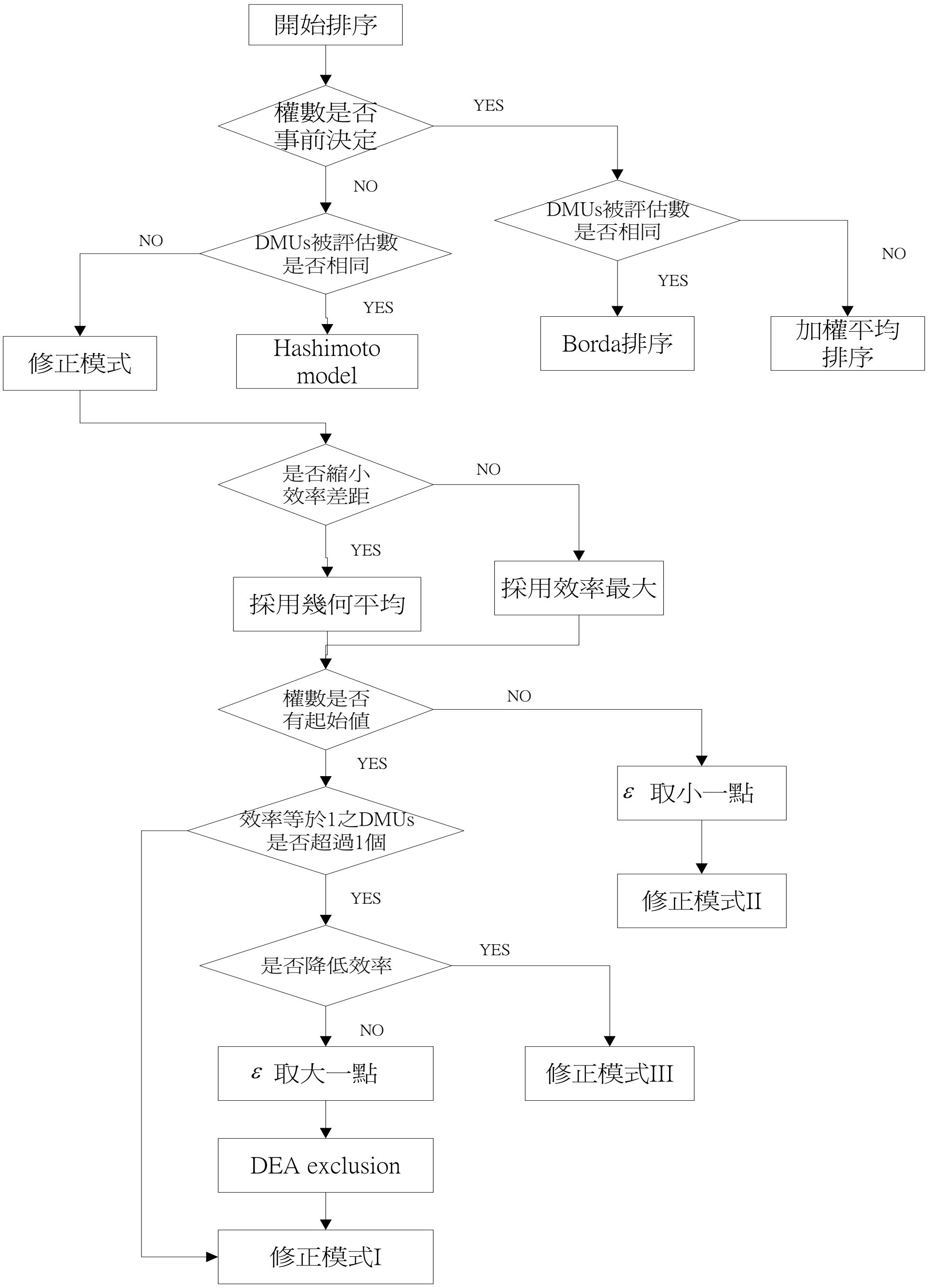

圖 1. 投票排序系統模式之選擇

References

[1] Andersen, P., and Petersen, N.C. (1993), ” A procedure for ranking efficient units in data envelopment analysis.”*Management Science*, **39**, 1 261-1264.

[2] Borda, J.C., (1781), ”Memoire sur le Elections au Scrutin, Histoire de 1’Acad”,*Royale Scientifique*, Paris.

[3] Charnes, A., Cooper, W.W., Rhodes, E., (1978), ”Measuring the efficiency of decision making units”, *European Journal of Operational Research* ,**2**, 429-444.

[4] Charnes, A., Cooper, W.W., Huang, Z.M., Sun, D.B., (1990), "Polyhedral cone-ratio DEA models with an illustrative application to large commercial banks.” *Journal of Econometrics.* , **46**, 73-91.

[5] Cooper, W.W., Seiford, L.M., and Tone, K.,(2000), *Data Envelopment Analysis:A Comprehensive Text with Models,Applications,References and DEA-Solver Software*., Boston: Kluwer Academic publishers.

[6] Cook,W.D. and Kress,M., (1990),”A data envelopment model for aggregating preference rankings.” *Management Science*,**36**, 1302-1310.

[7] Green, R.H., Doyle, J.R. and Cook, W.D.,(1996) ”Preference voting and Project ranking using DEA and cross-evaluation.”,*European Journal of operational Research* ,**90**,461-472.

[8] Hashimoto, A.,. (1997), ”A Ranked voting system using a DEA/AR exclusion model.”,*European Journal of Operational Research* ,**97**, 600-604.

[9] Li,X.B.,and Reeves, G.R., (1999),”A multiple criteria approach to data envelopment analysis”, *European Journal of Operational Research* , **115**, 507-517.

[10]Noguchi, H., Ogawa, M., and Ishii, H., (2002), ”The appropriate total ranking method using DEA for multiple categorized purposes”, *Journal of Computational and Applied Mathematics* **146**, 155-166.

[11]Obata, T., and Ishii, H., (2003), ”A method for discriminating efficient candidates with ranked voting data”, *European Journal of Operational Research*, **151,** 233-237.

[12]Satty, T.L., (1980), *The analytic hierarchy process*., New York: McGraw-Hill.

[13]Satty, T.L., (1990), ”How to make a decision: the analytic hierarchy process.”, *European Journal of Operational Research*, **48**, 9-26.

[14]Stein, W.E., Mizzi, P.J., and Pfaffenberger, R.C., (1994), ”A stochastic dominance analysis of

ranked voting systems with scoring.”, *European Journal of Operational Research* , **74**, 78-85.

[15]Sexton, T.R., Silkman, R.H., and Hogan,A.J.,(1986),*Data envelopment analysis: Critique and extensions. In: Silkman, R.H. (E.d.), Measuring Efficiency: An Assessment of Data Envelopmen Analysis.,* Jossey-Bass, San Francisco, pp.73-105.

[16]Thompson, R.G., Langemeier, L.N., Lee, C.T., Thrall, R.M., (1990), ”The role of multiplier bounds in efficiency analysis with application to Kansas farming”, *Journal of Economics* , **46**, 93-108.