

行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

子計畫三：桁架式三明治複合材料構件之振動與聲射分析

計畫類別：整合型計畫

計畫編號：NSC91-2212-E-164-003-

執行期間：91年08月01日至92年07月31日

執行單位：修平技術學院工業管理系

計畫主持人：吳家宏

計畫參與人員：林坤森

報告類型：精簡報告

處理方式：本計畫可公開查詢

中 華 民 國 92 年 10 月 30 日

行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

桁架式三明治複合材料構件的振動與聲射分析

Vibration and sound radiation analysis of truss-type sandwich composite materials parts

計畫編號：NSC 91-2212-E-164-003

執行期限：91年08月01日至92年07月31日

主持人：吳家宏(J. H. Wu) 修平技術學院工業管理系

一、中文摘要

本計畫的目的是建立桁架式三明治複合材料構件振動的頻率響應分析方法及探討此構件受激振後所產生的聲壓變化及聲射情況。

應冊有限單元法來建立桁架式三明治複合材料構件的頻率響應分析方法，並改變構件的各项參數來進行一系列的分析，以了解不同參數製成的桁架式三明治複合材料構件在正弦函數型式的外力作用下，某一個頻率區間內構件隨頻率變化而產生的峰、谷分佈情形及反應較大的共振頻率數值。當了解其特殊的頻率響應後，再與頻率響應實驗作一比較，以驗證理論的正確性及應冊的可行性。

本計畫以前後處理繪圖軟體 MSC/PATRAN 建構構件的幾何外形及應冊有限元素分析軟體 MSC/NASTRAN 對桁架式三明治複合材料構件作頻率響應分析，找出此三明治構件的共振頻率，並與實驗作一比較，可發現兩者的結果相當吻合。

利用前述頻率響應分析所得的結果，工程師可以了解不同參數所製成的桁架式三明治複合材料構件其高、低頻特性，進而運用這些特性以防止結構受到邊期性外力造成的破壞。反之，也可以利用共振特性讓構件在各個共振頻率下造成較大的振

幅，產生較大的位移值，進而造成較大的聲壓值，以提高電聲能轉換的效率。本計畫應冊有限單元法之頻率響應分析結果及 Rayleigh's first integral 方程式來建立桁架式三明治複合材料構件的聲射分析方法，用 Fortran 數值計算軟體撰寫 Rayleigh's first integral 聲壓計算程式，並以前述頻率響應分析的點位移結果當作 Rayleigh's first integral 方程式的輸入以計算聲壓值；其次再改變各项參數來進行一系列的分析，以了解不同參數製成的桁架式三明治複合材料構件隨頻率變化產生的聲壓改變情形。當了解其特殊的聲壓特性後，再與聲壓量測系統(LMS: Loudspeaker Measurement System)所作的試驗作一比較。由計畫內所得之實驗及理論聲壓圖知道，兩者的結果相當吻合。由此得知，本計畫所冊的分析方法及應冊本法在桁架式三明治複合材料構件的聲射分析上具有其正確性及可行性。

關鍵詞：桁架式，複合材料、三明治構件、頻率響應分析、共振頻率、聲壓、聲射。

Abstract

The first order shear deformation theory (FSDT) is used to model the deformation of the truss-type sandwich composite materials parts. Using the pre-post processor packages PATRAN, to construct the geometric model

of the parts and then use finite element packages NASTRAN, to analyze the frequency response analysis of truss-type sandwich composite materials parts. And change the design parameters to analyze again. Using the pre-post processor to find out the peak and valley of the parts subjected to external sinusoidal force with different frequencies.

On the other hand, the responses of the parts are then used in the Rayleigh's first integral to evaluate the sound pressure level of the truss-type sandwich composite materials parts. Using the FORTRAN language, to programs the Rayleigh's first integral.

The comparison between the theoretical and experimental results shows that the proposed method can produce reasonably good results.

Keywords: truss-type, composite materials, sandwich parts, frequency response analysis, resonance frequency, Rayleigh's first integral, sound pressure level.

二、緣由與目的

如何預估結構動態行為，評估結構安全性，以及設計參數的回饋與修改，是研究結構動力學的主題，其中共振破壞，就是機械結構破壞的一大主因。然而現今所開發以複合材料三明治結構製成的產品，已經可以大量的減輕結構的重量來增加其結構的剛性及實用性，但是其共振頻率亦隨著設計的改變而有所增減，亦因為複合材料三明治結構的設計參數較一般等向性材料來的多且複雜，所以要了解複合材料三明治結構的動態行為，就必須對它作一

番研究。

一般結構的動態行為以正面的考慮而言，首先想到的就是共振破壞。然而反過來思考，共振頻率亦有其使用的價值，亦就是在結構強韌的前提下，利用結構共振的效應以達到高的位移反應，使得靠平面薄板發聲的揚聲器其聲壓值可以大幅提高，而以有限元素分析揚聲器聲壓值的論文[3]；利用複合材料三明治結構重量輕且剛性強的特性，美國 Precision Power, Inc. [4-5]及英國 NXT 公司[6-10]就分別研發了平面式複合材料三明治結構喇叭，然而材質及製作技術等參數的變因很大，目前還有很多發展空間。

本計畫就是以複合材料三明治板結構的頻率響應分析為基礎，以正向及逆向思考的方式來探討在共振頻率下之應用性及實用性。

三、內容

首先，對一薄板作頻率響應分析，其運動方程式為：

$$[M]\{X''(t)\} + [C]\{X'(t)\} + [K]\{X(t)\} = \{P(t)\} \quad (1)$$

其中 $[M]$ 為質量矩陣； $[C]$ 為阻尼係數矩陣； $[K]$ 為勁度矩陣； $\{P(t)\}$ 為外力向量； $\{X(t)\}$ 為位移向量。若外力函數為同頻的正弦函數，則可以將它表示成指數型式如下：

$$P_j(t) = A_j e^{i(\omega t + \theta_j)} \quad (2)$$

其中 $P_j(t)$ 為外力第 j 個分量； A_j 為外力第 j 個分量的振幅大小； ω 為角頻率； θ_j

為第 j 個分量的相位差。(1)式的穩態解為正弦函數，故可令位移向量 $\{X(t)\}$ 為下式：

$$X_k(t) = B_k e^{i(\omega t + \theta_k)} \quad (3)$$

將(3)式代入(1)式，得

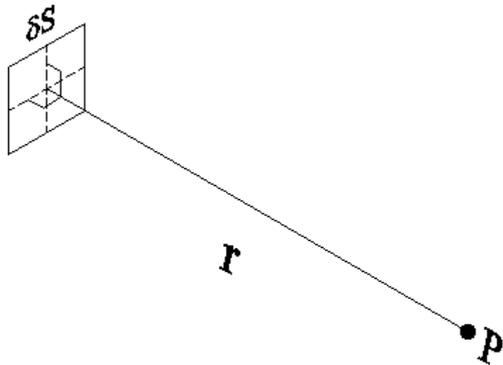
$$\{-\omega^2 [M] + i\omega [C] + [K]\} \{X\} e^{i\omega t} = \{P\} e^{i\omega t} \quad (4)$$

左右兩邊消去 $e^{i\omega t}$ ，得

$$\{-\omega^2 [M] + i\omega [C] + [K]\} \{X\} = \{P\} \quad (5)$$

其中位移向量 $\{X\}$ 即為角頻率 ω 的函數。

其次，在某一個頻率下利用此板的位移向量計算其聲壓的大小。若對任一微小振動板面積 δS 而言，它與量測點 P 的相對位置其關係如圖(1)所示，聲壓大小則是利用 Rayleigh's first integral 來計算，其方程式的推導如下：

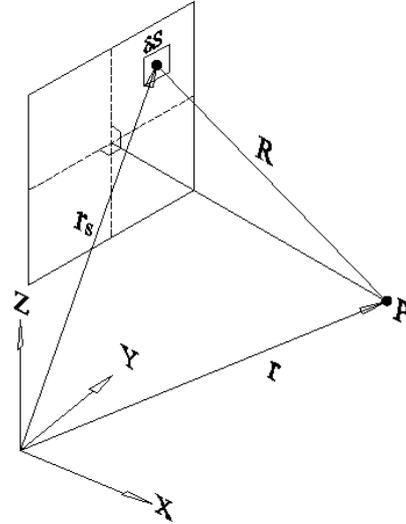


圖(1) 微小振動板面積 δS 與量測點 P 的相對位置關係圖

$$P(r, t) = \left(\frac{i\omega\rho_0 V_d \delta S}{2\pi r} \right) e^{i(\omega t - kr)} \quad (6)$$

其中， $P(r, t)$ 為觀測點至振動板垂直距離 r 、時間 t 的聲壓值； ρ_0 為空氣密度； V_d 為微小振動板元素法線方向的速度； k 為波數 ($k = \frac{\omega}{c}$)； c 為聲速， i 為 $\sqrt{-1}$ 。

若對整塊板而言，則積分(6)式可得聲壓的大小，板中任一微小振動板面積 δS 與量測點 P 的相對位置其關係如圖(2)所示，且其方程式如下：



圖(2) 板中微小振動元素 δS 與量測點 P 的相對位置關係圖

$$P(r, t) = \left(\frac{i\omega\rho_0}{2\pi} \right) e^{i\omega t} \int_S \frac{V_d(x, y, t) e^{-ikR}}{R} dS \quad (7)$$

其中， r 為觀測點的位置向量； r_s 為微小振動板的位置向量； $R = |r - r_s|$ 為觀測點至微小振動板之距離大小。假設在振動板上座標點 (x, y) 上任一微小振動板面積 δS 的振幅大小為 $R_d(x, y, t) = Ae^{i(\omega t - kR)}$ ，則公式兩邊對時間微分可得，

$$\begin{aligned} dR_d(x, y, t) / dt &= V_d(x, y, t) = iwAe^{i(\omega t - kR)} \\ &= i\omega R_d(x, y, t) \end{aligned} \quad (8)$$

代甲(7)式得，

$$P(r, t) = \left(\frac{-\omega^2 \rho_0}{2\pi} \right) e^{i\omega t} \int_S \frac{R_d(x, y, t) e^{-ikR}}{R} dS \quad (9)$$

因此振動板之聲壓可改寫為

$$\begin{aligned} P(r, t) &= \left(\frac{-\omega^2 \rho_0}{2\pi} \right) \sum_i \| R_{d_i}(x, y, t) \| e^{i(\theta_i - kR_i)} \frac{\delta S_i}{R_i} \end{aligned} \quad (10)$$

其中 $R_{d_i}(x, y, t)$ 為第 i 個微小振動板在座標點 (x, y) 的法線方向振幅 (Amplitude)； θ_i 為第 i 個微小振動板因振動產生的相角 (Phase angle)； R_i 為第 i 個微小振動板與量測點 P 的相對距離； δS_i 為振動板上第 i 個編號的微小面積。

一般在量測聲壓的儀器看到的聲壓曲線即為頻率響應曲線，縱軸為 (dB)，橫軸為激振頻率。量測聲音所使用的 R 度其動態範圍通常非常大，而且人類耳朵對音壓的感覺力是比較接近對數 R 度。所以定義聲壓位準 (Sound Pressure Level) 為

$$SPL = 20 \log \left(\frac{P_{rms}}{P_{ref}} \right) \dots (dB) \quad (11)$$

其中，聲壓參考值 $P_{ref} = 2 \times 10^{-5}$ Pa。由於在某固定點所量測到的聲壓時時刻刻都在變，因此瞬間的聲壓大小並不具有太大的意義。因此定義量測點的均方根聲壓值 P_{rms} 為：

$$P_{rms} = \left[\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |p(r, t)|^2 dt \right]^{1/2} \quad (12)$$

因為聲壓方程式的實部及虛部皆符合聲波方程式，故將理論的聲壓方程式(10)式取實部得，

$$\begin{aligned} P(r, t) &= \left(\frac{-\rho_0 \omega^2}{2\pi} \right) \sum_i R_{d_i}(x, y, t) \times \text{Cos}(\theta_i - kR_i) \frac{\delta S_i}{R_i} \end{aligned} \quad (13)$$

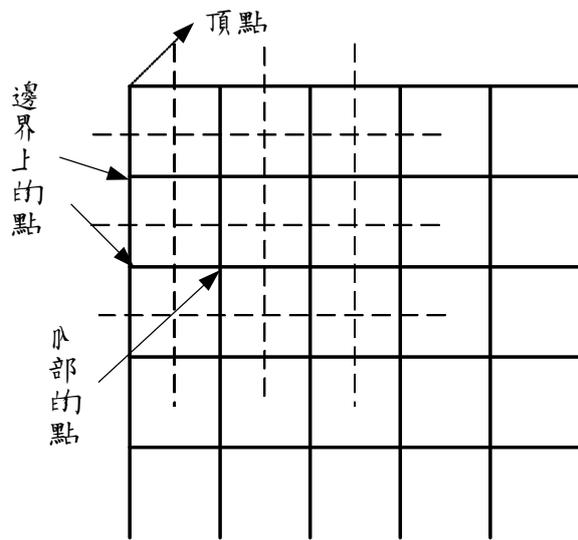
若(13)式中的 r 向量使得觀測點至振動板垂直距離為 1 m (公尺)，再以(12)式求均方根聲壓的概念將時間項消除，所以將(13)式所求得的聲壓值除以 $\sqrt{2}$ ，即可求得均方根聲壓值。

為了得到更正確的比對結果，以高斯計量測激振器線圈所受到的磁場大小，再將激振器的驅動力量以下式計算出來，以作為分析時正弦函數型式外力的力量大小 (所測得的激振力大小為 0.4 牛頓)。

$$F = BIL \quad (14)$$

其中 F ：激振力； B ：磁場大小； I ：電流大小； L ：線圈總長。

另外，在聲壓方程式中， δS 表示板子上任一點所包圍的微小面積如圖(3)所示，但是由於點 (node) 位置的不同，必須在程式中對 δS 作修正。板子內部的點， δS 為一個元素 (element) 的面積；而四個頂點， δS 為四分之一個元素的面積；對於邊界上的點， δS 為二分之一個元素的面積。板子在修正後所有點的 δS 加起來才會剛好等於整個板的面積。再利用前述頻率響應分析所得的節點位移值，以 Fortran 語言撰寫程式將每一個節點的位移代入(13)式中一一積分 (累加) 即可得全板的聲壓值及每個激振頻率下之聲壓曲線。



圖(3) 節點所包圍的面積示意圖

四、結果與討論

本計畫的實驗及理論驗證所使用的三明治板面層為碳纖維層板；中心層為桁架式三明治構件，其材料常數由總計畫製作提供，材料常數如表(一)所示。先規劃數種尺寸及疊層方式以作為各項參數變化的討論(如表(二)所示)，以了解不同參數下的複合材料三明治構件自然頻率的變化，並以實驗量測及理論分析交互驗證，以確定分析的正確性。

表(一)、 三明治板碳纖維面層及桁架式三明治構件中間層的材料性質

碳纖維面層的材料性質			
材料性質	數值/條件	材料性質	數值/條件
密度	1520 kg/m ³	E ₁	147.5 Gpa
長、寬	0.1 m	E ₂	9.22 Gpa
疊層角度	/0°/90°/0°/	G ₁₂	6.84 Gpa
單層厚度	1.23×10 ⁻⁴ m	G ₂₃	1.12 Gpa
ν ₁₂	0.33	ν ₂₃	0.25
桁架式三明治構件中心層的材料性質			
E	27.7 MPa	ρ	48 Kg/m ³

表(二)、 複合材料三明治板之尺寸大小與疊層方式

名稱	尺寸 (m×m)	疊層方式
Sandwich part—1	0.3×0.3	[0 ⁰ ₃ /core—3mm/0 ⁰ ₃]
Sandwich part—2	0.3×0.3	[0 ⁰ ₃ /core—2mm/0 ⁰ ₃]
Sandwich part—3	0.2×0.3	[0 ⁰ ₃ /core—3mm/0 ⁰ ₃]
Sandwich part—4	0.3×0.3	[/0 ⁰ /90 ⁰ /0 ⁰ /core—3mm/0 ⁰ /90 ⁰ /0 ⁰]

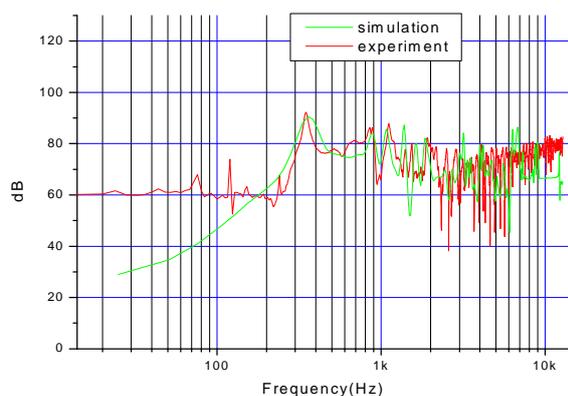
首先考慮桁架式三明治構件四邊邊界為自由端時，不同尺寸、厚度桁架式三明治構件之自然頻率理論分析與實驗值比較，其結果整理如表(三)所示，用有限元素分析軟體 NASTRAN 切割 60×60 個四節點板元素分析所得自然頻率與實驗所得自然頻率誤差已經相當小，此切割方式經測試以達收斂情況，因此最後的分析皆以切割 60×60 個四節點板元素作為分析的元素個數。

表(三)、 桁架式三明治構件之自然頻率理論分析與實驗值比較

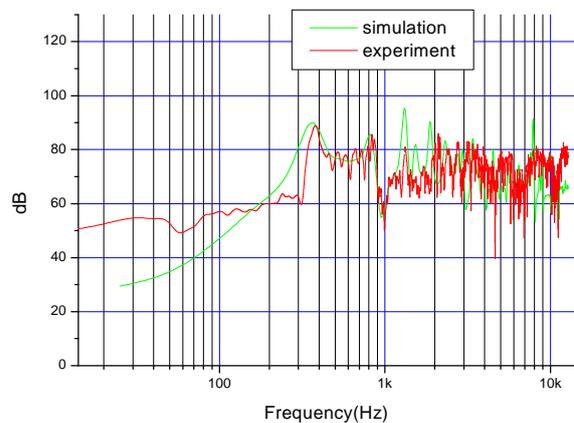
Sandwich part—1	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4	Mode 5
實驗 A	120	152	260	368	400
NASTRAN 分析 B	119.6	148.7	259.8	371.6	403.8
誤差 A-B/A ×100%	0.36 %	2.19 %	0.09 %	0.98 %	0.95 %

Sandwich part—2	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4	Mode 5
實驗 A	83.75	110	186.3	276.3	295
NASTRAN 分析 B	84.3	107.8	193.0	275.3	314.2
誤差 $\left \frac{A-B}{A} \right \times 100\%$	0.67 %	2.00 %	3.61 %	0.35 %	6.49 %

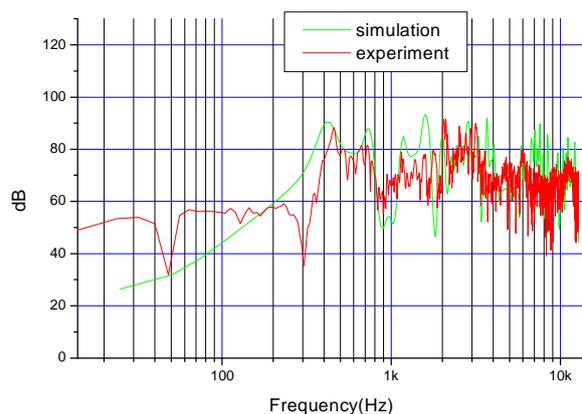
先將 Sandwich part—3 之邊界以泡綿式雙面膠固定板的四邊做聲壓分析與實驗比較。圖(4)是 Sandwich part—3 的聲壓趨勢分析與實驗結果的比較圖。在圖形中可以觀察到第一個數值高峰在 356Hz，為 Sandwich part—3 的第一個自然頻率，即是低音諧振點(f_0)。接著在桁架式三明治構件的面積相斥時，將 Sandwich part—3 的面積固定，將邊長的長寬比由 1:1 變為 1:2 與 1:3，分別為 20cm x 20cm、14.14cm x 28.28cm 與 11.55cm x 34.64cm，將其做聲壓趨勢的模擬與實驗，結果如圖(4)、(5)與(6)所示；由圖形可得知，在長寬比 1:3 時，低音諧振點(f_0)最大；長寬比 1:1 時，低音諧振點(f_0)最小；這是因為在面積相斥時，長寬比 1:3 有一邊比長寬比 1:1 的邊長短，所以相對應長寬比 1:3 的邊界勁度較長寬比 1:1 的邊界勁度高之故。



圖(4) Sandwich part—3 的聲壓趨勢分析與實驗圖



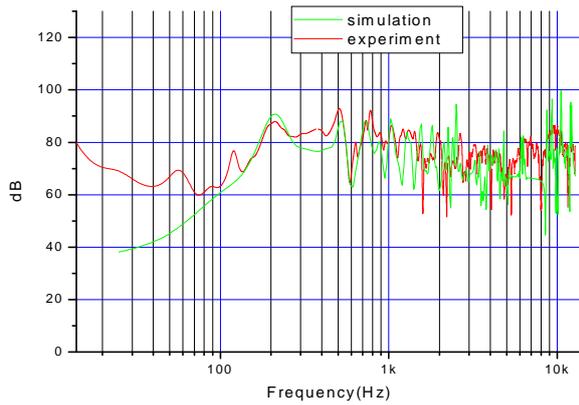
圖(5) Sandwich part—3 長寬比變為 1:2 之聲壓趨勢分析與實驗圖



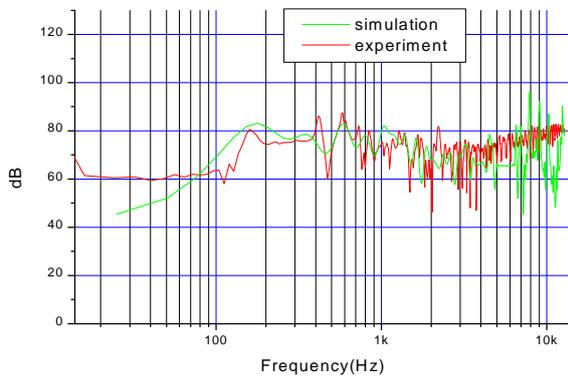
圖(6) Sandwich part—3 長寬比變為 1:3 之聲壓趨勢分析與實驗圖

其次，因為一般揚聲器需要有更多低的共振頻率。因此，將桁架式三明治構件的尺寸變大為 Sandwich part—1 的 30cm x 30cm 來討論。其聲壓趨勢分析與實驗如圖(7)所示，可以觀察到低音諧振點(f_0)降為 204Hz，並且在桁架式三明治構件聲壓趨勢圖中發現尺寸大比尺寸小的聲壓趨勢較平緩。之後，本立再將中心層的厚度降為 2mm，即為 Sandwich part—2，其聲壓趨勢分析與實驗如圖(8)所示，由圖(8)可以觀察到低音諧振點(f_0)更下降為 156Hz，並且聲壓趨勢更平緩。由此可知，把中心層厚度減少可以降低桁架式三明治構件的結構強度，並且得到較低的低音諧振點(f_0)及較平

坦的聲壓曲線。



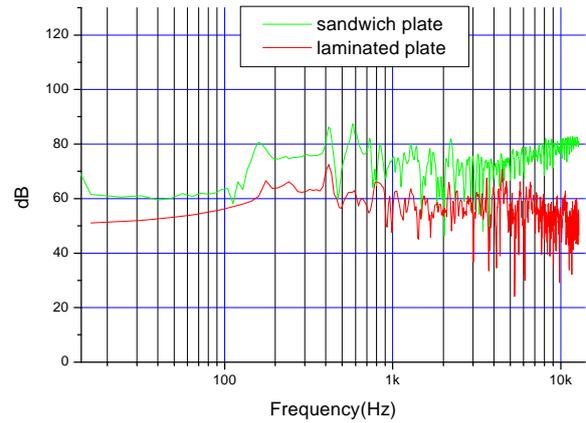
圖(7) Sandwich part—1 之聲壓趨勢分析與實驗圖



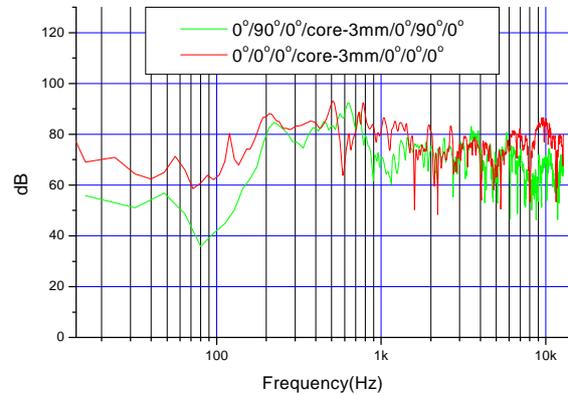
圖(8) Sandwich part—2 之聲壓趨勢分析與實驗圖

圖(9)為相同厚度之桁架式三明治構件與碳纖維積層板在實驗聲壓曲線上的差異。圖中，三明治板為 Sandwich part—2，可以觀察到相同厚度的桁架式三明治構件會比碳纖維積層板音量大，並且桁架式三明治構件才可以與積層板有差不多的第一個共振頻率。圖(10)為不同疊層厚度之桁架式三明治構件的比較，紅色線為 Sandwich part—1，綠色線為 Sandwich part—4；由圖可知，在頻率 500Hz-800Hz 時，上下兩層為 $[0^0/90^0/0^0]$ 會改善 $[0^0]_B$ 的聲壓曲線，其原因為上下兩層為 $[0^0/90^0/0^0]$ 會加強

$[0^0]_B$ 另一個方向的強度，所以改變兩層的疊層厚度可以對聲壓曲線有補強的效果。



圖(9) 不同厚度 Sandwich part—2 及碳纖維積層板之實驗聲壓曲線比較圖



圖(10) 不同疊層厚度之實驗聲壓曲線圖比較

五、計畫成果自評

本計畫以前後處理繪圖軟體 PATRAN 建構構件的幾何外形，並將總計畫製作提供的材料常數代入有限元素分析軟體 NASTRAN 作構件的頻率響應分析，並以福傳 (Fortran) 語言將雷利一次積分 (Rayleigh's first integral) 公式程式化，如此即可將聲壓計算出來，並繪出聲壓曲線。由以上的研究方法及前面所討論的數據及圖形得知，本研究已獲得良好的結

果，才證明本方法的正確性及可行性，未來將可運用於複雜疊層或複雜幾何外形的板殼元件之聲壓計算及聲射分析上；另外，在實驗上要以無響室的建立來降低外界低頻噪音對實驗的干擾，以獲得更準確的聲壓量測值；除此之外也要將構件真正的阻尼係數以實驗求出代入有限元素分析中，以獲得更加吻合的聲壓曲線圖。

六、參考文獻

[1] R.D. Mindlin, (1951) Influence of Rotatory Inertia and Shear Deformation on Flexural Motions of Isotropic Elastic Plates, J. Applied Mechanics, Vol. 18, pp. 31-38.

[2] Grant Sitton, (1993) MSC/NASTRAN Basic Dynamic Analysis User's Guide, The MacNeal-Schwendler Corporation, Los Angeles, California, U.S.A.

[3] Takeo Shindo, Osamu Yashima, and Hideo Suzuki, (1980) Effect of Voice-Coil and Surround on Vibration and Sound Pressure Response of Loudspeaker Cones, Journal of the Audio Engineering Society, pp. 169-178.

[4] Edward W. Guenther, Stephen Leigh, Flat-panel speaker, U. S. patent No. 5,701,359.

[5] Edward W. Guenther, Stephen Leigh, Fiber-honeycomb-fiber sandwich speaker diaphragm and method, U. S. patent No. 6,097,829.

[6] Henry Azima, Martin Colloms, Neil John Harris, Panel-form loudspeakers, U. S. patent No. 6,031,926.

[7] Henry Azima, Martin Colloms, Neil John Harris, Loudspeakers comprising panel-form acoustic radiating element, U. S. patent No. 6,144,746.

[8] Henry Azima, Neil Simon Owen, Gair Richard Matthews, Loudspeaker, U. S. patent

No. Des. 415,764.

[9] Henry Azima, Neil Simon Owen, Gair Richard Matthews, Loudspeaker, U. S. patent No. Des. 416,907.

[10] Henry Azima, Neil Simon Owen, Gair Richard Matthews, Loudspeaker, U. S. patent No. Des. 420,005.

