

行政院國家科學委員會補助專題研究計畫成果報告

複合材料三明治殼構件的振動分析與最佳製程參數設計

計畫類別： 個別型計畫 整合型計畫

計畫編號：NSC 89-2212-E-164-002 -

執行期間：89 年 8 月 1 日至 90 年 7 月 31 日

計畫主持人：賴峰民 副教授

共同主持人：

本成果報告包括以下應繳交之附件：

赴國外出差或研習心得報告一份

行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

複合材料三明治殼構件的振動分析與最佳製程參數設計

A Study of Vibration Analysis and Optimal Process Variables of Laminated Composite Foam-Filled Sandwich Shells

計畫編號：NSC 89-2212-E-164-002

執行期限：89年8月1日至90年7月31日

主持人：賴峰民 修平技術學院工業管理系

一、中文摘要

本計畫研究複合材料三明治殼構件的振動分析、製造方法及最佳製程參數。利用多層理論之殼元素來模擬複合材料三明治殼構件的強度與振動行為。其次，最佳化理論乃採用一具束制條件的全域最佳化設計方法及結合 branch and bound 方法，並以兩階段的最佳化設計技巧來研究複合材料三明治殼構件的耐震設計。並利用動態實驗及頻譜分析來探討複合材料三明治殼結構件在自然頻率的模式，進而修改各部位的厚度及纖維角度，期能尋得最佳的自然頻率，以避免產生共振的現象。且應用最佳化理論及動態特性之試驗方式(頻譜分析儀)來研究製程參數如纖維角度、各部位不同的層組厚度、烘烤溫度和時間對構件之成型及動態性質之影響，藉實驗數據預估複合材料構件之最佳製程參數。

關鍵詞： 三明治，殼元素，共振，最佳化，頻譜分析

Abstract

resonance phenomenon.

The previously proposed constrained global optimization method is incorporated into the branch and bound method to formulate a two level optimization technique for conducting the minimum weight design of thick laminated composite foam-filled sandwich shells with continuous (core thickness) and discrete (number of layer) design variables subject to nature frequency constraint. Besides, experimental and theoretical methods are presented to study the resonance behavior of laminated composite foam-filled sandwich shells. The nature frequencies are determined using the NDE system. The test results are used to verify the accuracy of the analytical techniques.

Keywords: shell, foam-filled, resonance global optimization, nature frequencies

二、緣由與目的

複合材料三明治殼結構目前已逐漸被使用於各種工程結構方面，如飛機機身及尾翼部份、動態機械外殼、抑或是種種需

治殼結構件振動分析亦愈受到重視。本計劃採用殼元素，配合多層理論建立殼元素的有限單元，此元素不僅考慮了側向的剪應變，同時亦考慮了側向的正向應變，因此可精確的評估三明治殼構件的破壞強度。

在文獻中，學者利用板元素的組合來分析殼構件的力學行為，其中 Clough 等學者[1-2]提出表面座標的觀念來模擬殼構件，Zienkiewicz [3] 建立各種板元素及殼在不同座標間的關係，但這些基本的理論分析確是忽略了厚度及第三軸的應力效應，當複合材料殼構件的層數較多時會過於高估複合材料殼構件的破壞強度，Kam [4-8] 和他的研究群發展多層理論來分析複合材料板件的應力，首層破壞載重與最佳化設計。有關複材圓柱殼的自由振動，Shu 和 Du [9] 曾以 CLT 理論分析之，而 Yadav 和 Verma[10]以 FSDT 理論分析之，Jegley[11]以 HDST 理論分析之。在 Lam 和 Loy[12]中，討論在積層複材圓柱殼中，邊界條件及纖維角度對自然頻率的影響。本人在期刊 [13] 中利用最佳化設計的理論尋找動態複合材料積層板的最佳設計參數值。

本計畫有鑑於國內外學者未曾提出以有限元素模式來分析三明治殼結構的動態特性，並進一步探討設計參數如纖維角度和各部位不同的層組厚度求取其全域的最佳值以使複材三明治殼結構避開結構件易於共振之區間。而本計畫擬從理論及實驗兩方面研究複合材料三明治殼結構件的動態特性及振動模式，並比較理論與實驗值的差異性，以修改理論分析模式，達到符合實際的

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \sum N_i(\xi, \eta) \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{Bmatrix} + \sum_{j=1}^{n\text{-layer}} \left(\sum N_i(\xi, \eta) \frac{t_i}{2} (\xi - \xi_{j-1}) [\ddot{v}_{1i} \quad -\ddot{v}_{2i} \quad \ddot{v}_{3i}] \cdot \begin{Bmatrix} \alpha_{ji} \\ \beta_{ji} \\ \gamma_{ji} \end{Bmatrix} \right) \quad (1)$$

其中 u, v, w 為沿座標軸 x, y, z 的位移量； $N_i(\xi, \eta)$ 為形狀函數； t_i 表各節點之厚度。其次材，料座標 x', y', z' (如圖 1©) 所示上的位移與應變的關係為：

$$\{\epsilon'\} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x'} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y'} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z'} \\ \frac{\partial}{\partial y'} & \frac{\partial}{\partial x'} & 0 \\ \frac{\partial}{\partial z'} & 0 & \frac{\partial}{\partial x'} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z'} & \frac{\partial}{\partial y'} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u' \\ v' \\ w' \end{Bmatrix} = [G] \cdot \begin{Bmatrix} u' \\ v' \\ w' \end{Bmatrix} \quad (2)$$

經轉換至全域(global)座標系統，可得

$$\begin{aligned} \{\epsilon'\} &= [G] [\theta]^T \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} \\ &= [B_i] [L]^T \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{Bmatrix} + \sum_j \left\{ \frac{t_i}{2} [(\xi - \xi_{j-1}) B_j] + [C_j] [L]^T [\ddot{v}_{1i} \quad -\ddot{v}_{2i} \quad \ddot{v}_{3i}] \begin{Bmatrix} r_{ji} \\ s_{ji} \\ x_{ji} \end{Bmatrix} \right\} \\ &= [A_i \quad B_{1i} \quad B_{2i} \quad \dots \quad B_{ni}] \begin{Bmatrix} \delta_i \\ \delta_{1i} \\ \delta_{2i} \\ \dots \\ \delta_i \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

$$[B_j]^T D [B_j] = \begin{Bmatrix} A_j^T \\ B_{1j}^T \\ B_{2j}^T \\ \dots \\ B_{nj}^T \end{Bmatrix} D \{A_j \ B_{1j} \ B_{2j} \ \dots \ B_{nj}\} \quad (6)$$

則元素的勁度矩陣可以下式表示利用上述的有限單元推導過程動態方程式寫成下式：

$$\underline{K}\underline{V} + \underline{M}\underline{\ddot{V}} - \underline{P} = 0 \quad (7)$$

其中， \underline{M} ， \underline{K} ， \underline{V} 分別代表平板的廣義質量矩陣，勁度矩陣及位移向量。在有限元素的模式下，我們取 $q=8$ (quadratic element) 及利用 2×2 的高斯積分點做數值運算。則特徵值的問題可展開成下列的矩陣行式：

$$\underline{K}\underline{V} - S^2 \underline{M}\underline{V} = 0 \quad (8)$$

其中 S 是自然頻率。

(2) 最佳化設計

茲利用兩階段的最佳化設計方法來求解複合材料三明治殼結構件受限制條件下之問題，尋找最佳的製造時纖維角度和厚度。在第一階段的最佳設計中，纖維角度和

$$W = \max[H(\underline{z}, \underline{h}), \frac{-Y}{2r_p}]$$

$$H(\underline{h}, \underline{z}) = P - P_c \leq 0$$

其中 μ_j ， Y ， r_p 為係數。在這最佳設計階段中，設計參數 $(\underline{z}, \underline{h})$ 假設為連續變數。

當完成第一階段的最佳設計後，便可針對製造束制進行第二階段的最佳設計，此時面板之層數可由下式決定

$$N = \begin{cases} \text{Int}[\frac{h-h_c}{h_0}] & \text{for } \frac{h-h_c}{h_0} = \text{Int}[\frac{h-h_c}{h_0}] \\ \text{Int}[\frac{h-h_c}{h_0}] + 1 & \text{for } \frac{h-h_c}{h_0} > \text{Int}[\frac{h-h_c}{h_0}] \end{cases} \quad (10)$$

其中 $\text{Int}[\cdot]$ 為括弧內數值之整數項。

而整數 m_i 和 q_i 的可能值為

$$m_i \in \left\{ \text{Int}[\frac{m_i}{m_0}], \text{Int}[\frac{m_i}{m_0}] + 1 \right\}$$

$$q_i \in \left\{ \text{Int}[\frac{h_i}{h_0}], \text{Int}[\frac{h_i}{h_0}] + 1 \right\} \quad (11)$$

在此階段之最佳設計問題用數學式表示可寫為

$$\begin{aligned} &\text{minimize} && W(\tilde{z}, \tilde{h}) \\ &\text{subject to} && P_c \geq P \end{aligned} \quad (12)$$

$$N = \sum_{i=1}^{NL-1} n_i$$

其中 $\tilde{m}_i = m_i m_0$ 和 $\tilde{h}_i = n_i h_0$ ($i=1, \dots, NL-1$); $\tilde{h}_{NL} = \tilde{h}_c$ 。上述之最佳化問題可用 branch and bound 方法來求解，若 NL 值不大則可直接用組合方法來求解。

薄時分層理論與薄殼理論的準確性都相當高，但疊層數較多且厚度較厚時分層理論要比薄殼理論來的精確。

在最佳化部分，本計劃採用兩階段的最佳化設計技巧能夠精確的尋找出複合材料三明治殼構件的最佳製程參數(如纖維角度、層組厚度)，如表三所示。因此本計劃發現當層組 $NL=3$ 時，其角度為 $[45/-45/core]_s$ ；但 $NL=4$ 時，則角度為 $[45/-45/45/core]_s$ 。因此，本計劃已經利用實驗來證實最佳化理論的準確性。

五、計畫成果自評

本計劃以建立多層理論之殼元素的振動分析模式及最佳化設計技巧，可以準確的分析及設計複合材料三明治殼構件的自然頻率與最佳製程參數，也藉實驗數據預估複合材料構件之最佳製程參數，所獲得之結果將提供產業界做研究複合材料殼元件的分析、設計和檢測之用。本研究成果擬將投稿於 *Solid & Structures* 期刊或在國內外會議中發表。

六、參考文獻

1. Clough, R. W. and C. P. Johnson, 1968, "A Finite Element Approximation for the Analysis of Thin Shell," *Int. J. Solids Structures*, Vol 4, pp.43-60.
2. Histon, E and D. R. J. Owen, 1989, "Finite Element Software for Plates and Shells," *U. K. Swansea Pineridge Press*.
3. "The Finite Element Method: Volume 1 Basic Formulation and Linear Problem," by O. C. Zienkiewicz, *London McGraw-Hill*.
4. Kam, T. Y. and Lai, F. M., 1999, "Experimental and Theoretical Predictions of Free Vibration

- Laminates," *J. of Materials Processing Technology*, 48, pp. 357-363.
9. Shu, C. & Du, H., Free vibration analysis of laminated composite cylindrical shells by DQM. *Composites Part B* **28B** (1997) 267-74.
 10. Yadav, D. & Verma, N., Free vibration of composite circular cylindrical shells with random material properties. Part I: General theory. *Composite Structures* **41** (1998) 331-38.
 11. Jegley, D. C., The effects of transverse shearing and anisotropy on vibration frequencies of laminated cylinders. *J. Sound and Vibration*, **138** (1990) 389-404.
 12. Lam, K. Y. & Loy, C. T., Influence of boundary conditions and fibre orientation on the natural frequencies of thin orthotropic laminated cylindrical shells. *Composite Structure*, **31** (1995) 21-30.
 13. Kam, T. Y., Lai, F. M. 1995, "Design of Laminated Composite Plates for Optimal Dynamic Characteristics Using a Constrained Global Optimization Technique," *Int'l J. Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering*, 120, pp. 389-402.

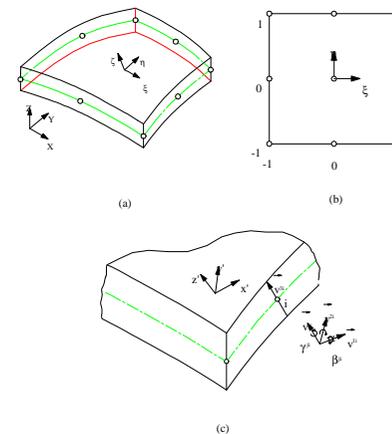


圖 1. 殼元素座標示意圖



表一 複合材料與發炮材料的材料常數

Material	Material constants					Density ...(kg/m ³)
	E_1	$E_2=E_2$	$G_{12} = G_{13}$	G_{23}	$\nu_{12} = \nu_{23} = \nu_{13}$	
複合材料	172.7 Gpa	7.2 Gpa	3.76 Gpa	1.88 Gpa	0.3	1450
發炮材料	1.03 Gpa	1.03 Gpa	0.4 Gpa	0.4 Gpa	0.30	267.5

Plate No.	Material	No. of Layers	Density (kg/m ³)	Thickness (mm)	Length (mm)	Ply Orientation
762	CFRP	8	1566	1.58	178	All 0°
764	CFRP	8	1446	2.12	234	[0°/90°/0°/90°] _s
761	GFRP	8	1971	1.64	183	All 0°
734	GFRP	8	1814	2.05	227	[0°/90°/0°/90°] _s

表二 自然頻率與阻尼的理論分析與實驗結果

Plate No.	Material	Mode	Experiment		Present	
			\tilde{S}_1 (HZ)	\mathcal{Y}_s (%)	\tilde{S}_1 (HZ)	\mathcal{Y}_s (%)
762	CFRP	I	81.5	7.0	82.2	6.89
762	CFRP	II	107.4	4.9	115.2	4.25
764	CFRP	I	68.9	6.7	68.5	6.94
761	GFRP	I	78.1	6.0	82.2	6.03
734	GFRP	I	62.2	6.7	63.7	6.68

表三 複合材料三明治殼結構件受共振頻率限制的最佳化結果
(a= b=10 cm , f_c = 100 Hz)