

壁面熱傳導效應對微極流體沿 垂直中空圓柱自然對流的影響

張振龍

摘要

本文針對垂直細長中空圓柱管壁熱傳導效應對微極流體之流動及熱傳特性的影響，做一番深入之探討。數值計算，採用三次樣線定置法 (Cubic Spline Collocation Method) 來求解，為求結果之準確性，計算所得之數值與相對應狀況的文獻相比較，並獲得十分吻合之結果。

結果顯示：微極流體參數 Δ 及共軛熱傳參數 P 的增加，會導致壁面摩擦參數、局部熱傳率及介面溫度分佈等的降低。當普朗特數 Pr 增大時，固液介面溫度變化及局部熱傳率會增加，但壁面摩擦參數會降低。

總而言之，微極流體相較於牛頓流體，在壁面摩擦係數及壁面熱傳率上，會有較低的值，而在固液介面溫度上卻具有較高的值。

關鍵詞：微極流體、共軛熱傳、固液介面溫度、局部熱傳率

一、前 言

關於微極流體的研究，Eringen [1,2]首先提出微極流體理論，用來解釋流體中含微粒分佈時，其運動所造成的微觀效應，並提出了一個數學模式。此理論可廣泛地用來分析許多無法適用 Navier - Stokes 理論之實用流體如：聚合物懸浮液、液晶、動物血液、膠水、泥漿及懸浮溶液等等。Erdogan [3] 利用不同的統計觀念，使其理論能適用於相關流體。之後，Eringen [4] 再考慮熱效應，而將此理論延伸至熱微極流體中。而有關微極流體之文獻及其應用，已由 Ariman 等人 [5,6]做了一番歸納與整理。

在工業應用中，如：太陽能集熱器、熱交換器等熱傳現象，是十分重要的。此類熱傳問題之特性，皆深受其熱力邊界條件所左右。因此，熱力邊界條件對對流熱傳問題之影響頗為深遠，實有加以探討之必要。

Kelleher 及 Yang [7] 對具有有限厚度及任意分佈熱源的半無窮、垂直平板，提出在自然對流邊界層的解析解。對具楔形剖面且尖端向下之散熱片的層流自然對流理論分析，已由 Lock 及 Gunn [8] 所探討，並假設在散熱片中為準一維傳導 (quasi-one-dimensional conduction) 而流體以邊界層假設來近似。後來，Zinnes [9] 利用有限差分法，研究沿板面具有任意加熱通量之有限厚度垂直板的自然對流問題。Chida 及 Katto [10] 利用向量化維度分析 (vectorial dimensional analysis) 來得到，控制共軛熱傳特性的無因次參數。

此外，Miyamoto 等 [11] 從理論及實驗上，去探討二維垂直板之共軛自然對流熱傳問題，而考慮垂直板外表面為等熱通量或為等溫狀況。而 Timma 及 Padet [12] 引伸 Balsius 法來研究平板一維熱傳導模式的共軛自然對流問題。Pozzi 及 Lupo [13] 對加熱平板內熱傳導及板外自然對流的共軛問題，獲得其微擾解。

最近，Kim 等人 [14,15] 分別針對壁面具等熱通量及等壁溫狀況，來探討壁面熱傳導效應，對在不均勻加熱垂直板間之自然對流的影響。Char 等人 [16] 曾利用三次樣線定置法，分析一連續移動平板在層流邊界層中，所發生的共軛熱傳。最近，Vynnycky 及 Kimura [17] 對一垂直板部份伸出半無

窮流體區的二維共軛問題，做一有系統的研究。Na [18] 探討流體流經一細長中空圓柱外表面時，發生自然對流之共軛問題。

前述學者處理共軛熱傳問題，僅是考慮牛頓流體，然而，對於微極流體卻尚未被提及。因此，本文乃針對微極流體流經垂直細長中空圓柱之共軛熱傳自然對流做一分析，數值計算，是利用三次樣線定置法(Cubic Spline Collocation Method)來求解，且為確認數值結果之準確性，計算所得之數值均與相對應狀況的文獻相比較，並獲得十分吻合之結果。

二、理論分析

考慮在微極流體中，長度 L 及有限半徑 r_0 的垂直、細長中空圓柱 ($L \gg r_0$)，其物理模型及座標系統示於圖 1 中，且流動方向(streamwise)座標為 x 而垂直管壁方向為 r 。而重力 g 作用在 $-x$ 方向。在遠離管壁處的微極流體溫度為 T_∞ ，而圓柱外壁保持等溫 T_b ，且 $T_b > T_\infty$ 。

茲為分析本問題，做了下列的假設：流體之流動為穩態二維層流；流體為不可壓縮並忽略黏滯能量逸；且邊界層及 Boussinesq 假設成立。而垂直細長圓柱具有有限的熱容量(finite heat capacity)。在這些假設下，熱流場的統御方程式為：

連續方程式

$$\frac{\partial(ru)}{\partial x} + \frac{\partial(rv)}{\partial r} = 0, \quad (1)$$

動量方程式

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} = \left(\nu + \frac{\kappa}{\rho} \right) \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\kappa}{\rho} \left(\frac{N}{r} + \frac{\partial N}{\partial r} \right) + g\beta(T - T_\infty), \quad (2)$$

角動量方程式

$$u \frac{\partial N}{\partial x} + v \frac{\partial N}{\partial r} = \frac{\gamma}{j\rho} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial N}{\partial r} \right) - \frac{N}{r^2} \right] - \frac{\kappa}{j\rho} \left(\frac{\partial u}{\partial r} + 2N \right), \quad (3)$$

能量方程式

$$\rho C_p (u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial r}) = \frac{K_f}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \frac{\partial T}{\partial r}), \quad (4)$$

在前述方程式中， u 及 v 分別為沿 x 和 r 方向的速度分量； ρ 、 ν 、 C_p 及 β ，分別為流體之密度、動黏度、比熱及熱膨脹係數； κ 、 j 及 γ ，分別為渦旋黏度、微慣量及旋轉梯度黏度。此外， T 為溫度； N 為 x - y 平面微角速度分量； g 為重力加速度及 K_f

為流體之熱傳導度。

邊界條件為：

$$u = v = 0; \quad N = -\frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial r}; \quad T = T_w(x) \quad \text{在 } r = r_o \quad (5a)$$

$$u \rightarrow 0; \quad N \rightarrow 0; \quad T \rightarrow T_\infty \quad \text{當 } r \rightarrow \infty \quad (5b)$$

其中，下標 w 及 ∞ 分別表壁面及邊界層外緣。在管壁面處 $r = 0$ ，邊界條件(5a)之 N 值，其意義為微角速度等於邊界處流體速度的一半。 $T_w(x)$ 為管壁表面溫度分佈，為未知數。

須注意的是， T_w 隨 x 而變，本文的目的之一為預測 $T_w(x)$ ，因此，需有另一個統御方程式。而管壁的另一個方程式可建立在，將管壁簡化為穩態傳熱至微極流體，且圓柱半徑 r_o 比起長度 L 來，要小很多。

在此簡化下，管壁熱傳導中的軸向(x 方向)傳導項，就可忽略不計 [12, 13, 18]。據此，管壁內溫度分佈的統御方程式為

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \frac{\partial T_s}{\partial r}) = 0; \quad 0 \leq x \leq L; \quad r_i < r \leq r_o \quad (6)$$

其中， T_s 為管壁的溫度。管壁的邊界條件為

$$T_s = T_b \quad \text{在 } r = r_i \quad (7a)$$

$$T_s = T(x, 0); \quad -K_s \frac{\partial T_s}{\partial r} = -K_f \frac{\partial T(x, 0)}{\partial r} \quad \text{在 } r = r_o \quad (7b)$$

邊界條件(7b)說明了，由於在物理上的限制，管壁及微極流體的溫度及熱通量在固、液介面處必須是連續的。利用方程式(6)及(7)，可得到介面處的熱邊界條件 $T_w(x)$ 為

$$T_w(x) = T(x,0) = r_o \frac{K_f}{K_s} \ln \frac{r_o}{r_i} \frac{\partial T(x, r_o)}{\partial r} + T_b \quad (8)$$

為簡化分析，吾人利用下列之虛擬變數 (ξ, η) 、虛擬流線函數 $F(\xi, \eta)$ 、無因次微角速度 $G(\xi, \eta)$ 及無因次溫度 $\theta(\xi, \eta)$ ：

$$\zeta = 2\left(\frac{x}{r_o}\right)^{1/4} Gr^{-1/4}, \quad \xi = \frac{\zeta}{1+\zeta} \quad (9)$$

$$\eta = \left(\frac{r^2 - r_o^2}{r_o^2}\right) \zeta^{-1} \quad (10)$$

$$F(\xi, \eta) = \frac{8}{r_o \nu Gr \zeta^3} \varphi, \quad (11)$$

$$G(\xi, \eta) = \frac{2r_o r}{\nu Gr \zeta} N, \quad (12)$$

$$\theta(\xi, \eta) = \frac{T - T_\infty}{T_b - T_\infty}, \quad (13)$$

$$Gr = g\beta(T_b - T_\infty)r_o^3/\nu^2 \quad (14)$$

其中， Gr 為 Grashof 數。

流線函數 $\varphi(x, y)$ 則如下之定義，且自動滿足連續方程式(1)

$$u = \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r}, \quad v = -\frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \quad (15)$$

將方程式(9)-(13)及方程式(15)代入動量、角動量及能量方程式中，可得

$$(1+\Delta)\left(1+\frac{\xi}{1-\xi}\eta\right)F''' + (1+\Delta)\frac{\xi}{1-\xi}F'' + \frac{3}{4}FF'' - \frac{1}{2}F'F' + \Delta G' + \theta$$

$$= \frac{1}{4}\xi(1-\xi)\left(F'\frac{\partial F'}{\partial \xi} - F''\frac{\partial F}{\partial \xi}\right), \quad (16)$$

$$\lambda\left(1+\frac{\xi}{1-\xi}\eta\right)G'' + \frac{3}{4}FG' - \frac{1}{4}F'G - \frac{\Delta B}{2}\left(\frac{\xi}{1-\xi}\right)^2G - \frac{3}{8}\left(\frac{\xi}{1-\xi+\xi\eta}\right)FG$$

$$+ \frac{1}{8}\left(\frac{\xi}{1-\xi+\xi\eta}\right)\eta F'G - \frac{\Delta B}{4}\left(\frac{\xi}{1-\xi}\right)^2\left(1+\frac{\xi}{1-\xi}\eta\right)F''$$

$$= \frac{1}{4}\xi(1-\xi)\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\xi}{1-\xi+\xi\eta}\right)G\frac{\partial F}{\partial \xi} + F'\frac{\partial G}{\partial \xi} - G'\frac{\partial F}{\partial \xi}\right], \quad (17)$$

$$\frac{1}{\text{Pr}}\left(1+\frac{\xi}{1-\xi}\eta\right)\theta'' + \frac{1}{\text{Pr}}\left(\frac{\xi}{1-\xi}\right)\theta' + \frac{3}{4}F\theta'$$

$$= \frac{1}{4}\xi(1-\xi)\left(F'\frac{\partial F'}{\partial \xi} - F''\frac{\partial F}{\partial \xi}\right), \quad (18)$$

在此方程式中，上標 ' 表僅對 η 的偏微分； $\text{Pr} = \nu/\alpha$ 為 Prandtl 數；且無因次參數 Δ 、 B 和 λ ，分別表渦旋黏度、微慣量及渦旋梯度黏度，其定義為

$$\Delta = \frac{\kappa}{\mu}, \quad B = \frac{r_0^2}{j}, \quad \lambda = \frac{\gamma}{j\mu}, \quad (19)$$

轉換後，方程式(5)及(8)變成

$$F + \frac{1}{3}\xi(1-\xi)\frac{\partial F}{\partial \xi} = 0; \quad G + \frac{1}{2}F'' = 0;$$

$$F' = 0; \quad p\left(\frac{1-\xi}{\xi}\right)\theta' = \theta - 1 \quad \text{在 } \eta = 0 \quad (20a)$$

$$F' = 0; \quad G = 0; \quad \theta = 0 \quad \text{當 } \eta \rightarrow \infty \quad (20b)$$

式中 $p = 2K_f / K_s \ln r_o / r_i$ 為共軛熱傳參數。必須注意的是，當 $p = 0$ 時，管壁的熱邊界條件(20a)就變成等溫。因此，參數 p 的大小決定了管壁熱傳導效應的重要性。除此之外，若是牛頓流體($\Delta = 0$)時，則統御微極流體流動的方程式(16)和(18)，就可簡化為如 Na [18] 對牛流體流經垂直圓柱之共軛熱傳特性的研究。在此狀況下，方程式(17)就不具意義且可省略。

在本問題中最感興趣的物理量，包括壁面摩擦係數 C_f 、局部 Nusselt 數 Nu_x 及介面溫度分佈 $\theta_w (= (T_w - T_\infty) / (T_b - T_\infty))$ 。前二者分別定義為

$$C_f = \frac{2\tau_w}{\rho U_*^2}, \quad Nu_x = \frac{q_w x}{K_f (T_b - T_\infty)} \quad (21)$$

式中 $U_* = \nu Gr \zeta^2 / 4r_o$ 為特徵速度。

藉由方程式(9)~(13)，配合壁面剪應力 $\tau_w = [(\mu + \kappa)\partial u / \partial r + \kappa N]_{r=r_o}$ 並利用 Fourier 定律 $q_w = -K_f (\partial T / \partial r)_{r=r_o}$ ，可得

$$C_f Gr_x^{1/4} = 2(1 + 0.5\Delta)F''(\xi, 0), \quad (22)$$

$$Nu_x / Gr_x = -\theta'(\xi, 0) \quad (23)$$

而 $Gr_x = g\beta(T_b - T_\infty)x^3 / \nu^2$ 。

三、數值方法

為求得本問題的解，且因此系統具耦合性，因此，非線性方程式為求得本問題的解，且因此系統具耦合性，因此，非線性方程式(16)~(18) 及邊界條件 (20) 必須同時解。

方程式 (16)~(18) 利用虛擬暫態技巧，可離散化為

$$\begin{aligned}
\frac{u_{i,j}^{n+1} - u_{i,j}^n}{\Delta\tau} &= (1 + \Delta)(1 + \frac{\xi_i}{1 - \xi_i} \eta_j) L_{u_{i,j}}^{n+1} + [(1 + \Delta) \frac{\xi_i}{1 - \xi_i} + \frac{3}{4} F_{i,j}^n \\
&+ \frac{1}{4} \xi_i (1 - \xi_i) \frac{F_{i,j}^n - F_{i-1,j}^n}{\Delta\xi_i}] u_{i,j}^{n+1} - \frac{1}{2} u_{i,j}^n u_{i,j}^n + \Delta l_{G_{i,j}}^n \\
&+ \theta_{i,j}^{n+1} - \frac{1}{4} \xi_i (1 - \xi_i) u_{i,j}^n \frac{u_{i,j}^n - u_{i-1,j}^n}{\Delta\xi_i}, \tag{24}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{G_{i,j}^{n+1} - G_{i,j}^n}{\Delta\tau} &= \lambda(1 + \frac{\xi_i}{1 - \xi_i} \eta_j) L_{G_{i,j}}^{n+1} + [\frac{3}{4} F_{i,j}^n + \frac{1}{4} \xi_i (1 - \xi_i) \frac{F_{i,j}^n - F_{i-1,j}^n}{\Delta\xi_i}] G_{i,j}^{n+1} \\
&+ [-\frac{1}{4} u_{i,j}^{n+1} - \frac{\Delta B}{2} (\frac{\xi_i}{1 - \xi_i})^2 - \frac{3}{8} \frac{\xi_i}{1 - \xi_i + \xi_i \eta_j} F_{i,j}^{n+1} \\
&+ \frac{1}{8} \frac{\xi_i}{1 - \xi_i + \xi_i \eta_j} \eta_j u_{i,j}^{n+1} - \frac{1}{8} \frac{\xi_i^2 (1 - \xi_i)}{1 - \xi_i + \xi_i \eta_j} \frac{F_{i,j}^n - F_{i-1,j}^n}{\Delta\xi_i}] G_{i,j}^n \\
&- \frac{\Delta B}{4} (1 + \frac{\xi_i}{1 - \xi_i} \eta_j) (\frac{\xi_i}{1 - \xi_i})^2 L_{u_{i,j}}^{n+1} \\
&- \frac{1}{4} \xi_i (1 - \xi_i) u_{i,j}^{n+1} \frac{G_{i,j}^n - G_{i-1,j}^n}{\Delta\xi_i}, \tag{25}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\theta_{i,j}^{n+1} - \theta_{i,j}^n}{\Delta\tau} &= \frac{1}{Pr} (1 + \frac{\xi_i}{1 - \xi_i} \eta_j) L_{\theta_{i,j}}^{n+1} + [\frac{1}{Pr} \frac{\xi_i}{1 - \xi_i} + \frac{1}{4} \xi_i (1 - \xi_i) \frac{F_{i,j}^n - F_{i-1,j}^n}{\Delta\xi_i} \\
&+ \frac{3}{4} F_{i,j}^n] \theta_{i,j}^{n+1} - \frac{1}{4} \xi_i (1 - \xi_i) u_{i,j}^{n+1} \frac{\theta_{i,j}^n - \theta_{i-1,j}^n}{\Delta\xi_i}, \tag{26}
\end{aligned}$$

在此

$$l_u = \frac{\partial u}{\partial \eta}, \quad L_u = \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2},$$

$$l_G = \frac{\partial G}{\partial \eta}, \quad L_G = \frac{\partial^2 G}{\partial \eta^2},$$

$$l_\theta = \frac{\partial \theta}{\partial \eta}, \quad L_\theta = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2},$$

$$\Delta\xi_i = \xi_i - \xi_{i-1},$$

$\Delta\tau = \tau^{n+1} - \tau^n$ 代表虛擬時間間隔，下標 u 表 $\partial F_i / \partial \eta$ ，而上標為疊代次序符號。

整理後，方程式(24)~(26)可表為下列樣線標準型：

$$\phi_{i,j}^{n+1} = Q_{i,j} + R_{i,j} \phi_{i,j}^{n+1} + S_{i,j} L_{i,j}^{n+1} \quad (27)$$

其中 ϕ 代表函數 u 、 G 及 θ 。上式中 $Q_{i,j}$ 、 $R_{i,j}$ 及 $S_{i,j}$ 的大小，在前一個時間段已被算出，故為已知係數。

計算順序是，先解能量方程式，求出在虛擬流線函數方程式中所需的溫度場，以便求解虛擬流線方程式，最後再求得 G 的角動量方程式，而完成求解過程。每一計算循環都是到達收斂才算完成，而收斂準則為，在所有因變數的最大相對誤差須滿足

$$\frac{|\phi_{i,j}^{n+1} - \phi_{i,j}^n|_{\max}}{|\phi_{i,j}^n|_{\max}} < 5 \times 10^{-7} \quad (28)$$

ϕ 為任意之因變數。

四、結果與討論

在方程式(16)~(18)中的無因次控制參數為 Δ 、 B 、 λ 、 Gr 、 Pr 及 p 。選定 $B = 1 \times 10^4$ ， $\lambda = 5.0$ 及 $Gr = 1.25 \times 10^5$ ，而渦旋黏度參數 Δ 範圍在 0.0 至 20.0，Prandtl 數在 0.7 至 20.0 及共軛熱傳參數 p 在 0 至 0.2。

當 $Pr = 7.0$ 及 $\Delta = 1.0$ 時，以四個不同的 p 值為代表，將無因次介面溫度分佈曲線，以流線座標 \bar{x} 的函數形式，畫在圖 2 中。而且，本文亦包括微極流體經等溫、垂直圓柱之自然對流的狀況，即 $p = 0$ 的狀況，則在此狀況下方程式(20a)的 θ 就化為 $\theta(\xi, 0) = 1$ 。由圖中可看出，給定一 p 值時，流體在壁面的溫度，隨 \bar{x} 的增加而增加。圖中亦顯示，較高的 p 值會導致較大的壁溫變化。

圖 3 描述在選定的 Δ 值下，無因次介面溫度曲線對 \bar{x} 的變化。注意圖 3

中所畫，對特例 $\Delta = 0$ 的解，是相對應於牛頓流體的。可看出，對極流體的無因次介面溫度比牛頓流體的要來得高。當 Pr 及 p 不變時， Δ 愈高，則無因次介面溫度也愈高。

圖 4 說明了，在不同的 Prandtl 數 Pr 下，介面溫度曲線在 \bar{x} 方向的變化。圖中指出， Pr 的增加會促使壁溫變化變大，其原因為， Pr 愈大則熱傳係數就愈大。

對於不同 p 值，壁面剪應力 τ_w 以壁面局部摩擦係數的形式，將其在流線方向的變化表示在圖 5 中。水平虛線 ($p = 0$) 代表等溫時壁面局部摩擦係數之分佈，而實線為 $p > 0$ 的非等溫壁時 $F''(\xi, 0)$ 值分佈，由圖 2 可知較大的 p 值會引起較大的溫度變化。因此，當圓柱愈不等溫時，壁面局部摩擦係數愈低。該圖並說明，在流體流動方向上，壁面摩擦係數會隨之增加。其原因是，在自然對流中，圓柱溫度在流線方向的增大，則造成浮力(驅動力)增加，導致流體流動時壁面摩擦係數的增加。

為探討微極流體參數 Δ ，對壁面摩擦係數的影響，將 $Pr = 7.0$ 及 $p = 0$ 和 0.05 的數值結果畫於圖 6 中。圖中顯示，壁面摩擦係數幾乎與 \bar{x} 無關，但深受極流體參數 Δ 的影響而變化。在固定 Pr 及 p 值下，當 Δ 增加時，壁面摩擦係數會降低。此外，結果亦顯示，牛頓流體 ($\Delta = 0$) 的壁面擦係數高於微極流體。這是因為，微極流體比起牛頓流體，對流體運動具有較大的阻力(由運動黏度及渦旋黏度造成)。

在圖 7 中，說明 $\Delta = 1.0$ 時， Pr 數對壁面摩擦係數的影響。虛線代表等溫圓柱的壁面摩擦係數。由圖中可看出，局部摩擦係數隨 Pr 值的增加而降低。Prandtl 數的增加，意味著流體的密度較高，而對浮力效應的感應較小，因此，使得管壁處速度梯度有較小改變。該圖並說明了，共軛熱傳參數 p 對壁面摩擦係數的影響在 Prandtl 數小時，較為顯著。

當 $Pr = 7.0$ 及 $\Delta = 1.0$ 時，沿流線座標方向， $Nu_x / Gr_x^{1/4}$ 在不同 p 值時的分佈表示在圖 8。圖中虛線相對應於等溫圓柱時的局部熱傳率。該圖說明了，局部熱傳率會隨 \bar{x} 增加而增加。同時，在圖 8 中須特別注意到的是，共軛熱傳參數 p 的影響，是降低局部熱傳率，而且隨著 p 的增大，此降低趨勢更多。此結果與圖 2 中的介面溫度分佈吻合。

圖 9 畫出，在不同微極流體物質參數 Δ 時的局部熱傳率。其曲線說明了，當 Δ 值增加時，局部熱傳率降低。其原因為，當 Δ 值增加時，熱邊界層變大，會造成局部熱傳率的降低。壁處共軛熱傳導效應，對較小的微極流體物質參數，影響較明顯。

圖 10 表示，在不同的 Prandtl 數 Pr 時，局部熱傳率的分佈，圖中虛線 ($p=0$) 代表等溫壁狀況下的曲線。由圖 10 的結果得知，局部熱傳率在 Prandtl 數 Pr 值較大時，與等壁溫時的解，差異會愈大。當 Pr 大時，管壁熱傳導效應對熱傳率的影響較為明顯。此外，圖 10 也顯示，固定一 Δ 值時，具較大 Prandtl 數的微極流體，產生較高的局部熱傳率。這是因為 Prandtl 數較大時，會提高壁面溫度梯度，因此導致一個較大的熱傳率。

五、參考文獻

1. Eringen, A. C., Simple microfluids, *Int. J. Eng. Sci.*, Vol. 2, pp. 205-217, 1964.
2. Eringen, A. C., "Theory of micropolar fluids", *J. Math. Mech.*, Vol. 16, No. 1, pp. 1-18, 1966.
3. Erdogan, M. E., "Polar effects in the apparent viscosity of a suspension", *Rheol. Acta*, Vol. 9, pp. 434-438, 1970.
4. Eringen, A. C., "Theory of thermomicrofluids", *J. Math. Anal. Appl.*, Vol. 38, pp. 480-496, 1972.
5. Ariman, T., Turk, M. A. and Sylvester, N. D., "Microcontinuum fluid mechanics - a review", *Int. J. Eng. Sci.*, Vol. 11, pp. 905-930, 1973.
6. Ariman, T., Turk, M. A. and Sylvester, N. D., "Applications of microntinuum fluid mechanics", *Int. J. Eng. Sci.*, Vol. 12, pp. 273-293, 1974.
7. Kelleher, M. D. and Yang, K. T., "A steady conjugate heat transfer problem with conduction and free convection", *Appl. Sci. Res.*, Vol. 17, pp. 249-269, 1967.
8. Lock, G. S. H. and Gunn, J. C., "Laminar free convection from a downward-projecting fin", *ASME, J. Heat Transfer*, Vol. 90, pp. 63-70, 1968.

9. Ziness, A. E., "The coupling of conduction with laminar convection from a vertical plate with arbitrary surface heating", ASME, J. Heat Transfer, Vol. 92, pp. 528-535, 1970.
 10. Chida, K. and Katto, Y., "Study on conjugate heat transfer by vectorial dimensional analysis", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 19, pp. 453-460, 1976.
 11. Miyamoto, M., Sumikawa, J., Akiyoshi, T. and Nakamura, T., "Effects of axial heat conduction in a vertical flat plate on free convection heat transfer, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 23, pp. 1545-1553, 1980.
 12. Timma, J. and Padet, J. P., "Etude theorique du couplage convection-conduction en convection libre laminaire sur une plaque plane verticale", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 28, pp. 1097-1104, 1985.
 13. Pozzi, A. and Lupo, M., "The coupling of conduction with laminar natural convection along a flat plate", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 31, pp. 1807-1814, 1988.
 14. Kim, S. H., Anand, N. K. and Aung, W., "Effect of wall convection on free convection between asymmetrically heated vertical plates: uniform wall heat flux", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 33, pp. 1013-1023, 1990.
 15. Anand, N. K., Kim, S. H. and Aung, W., "Effect of wall convection on free convection between asymmetrically heated vertical plates: uniform wall temperature", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 33, pp. 1025-1028, 1990.
 16. Char, M. I., Chen, C. K. and Cleaver, J. W., "Conjugate forced convection heat transfer from a continuous, moving flat sheet", Int. J. Heat Fluid Flow, Vol. 11, pp. 257-261, 1990.
 17. Vynnycky, M. and Kimura, S., "Conjugate free convection due to a heated vertical plate", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 39, pp. 1067-1080, 1996.
 18. Na, T. Y., "Effect of wall conduction on natural convection over a vertical slender hollow circular cylinder", Appl. Sci. Res., Vol. 54, pp. 39-50, 1995.
-

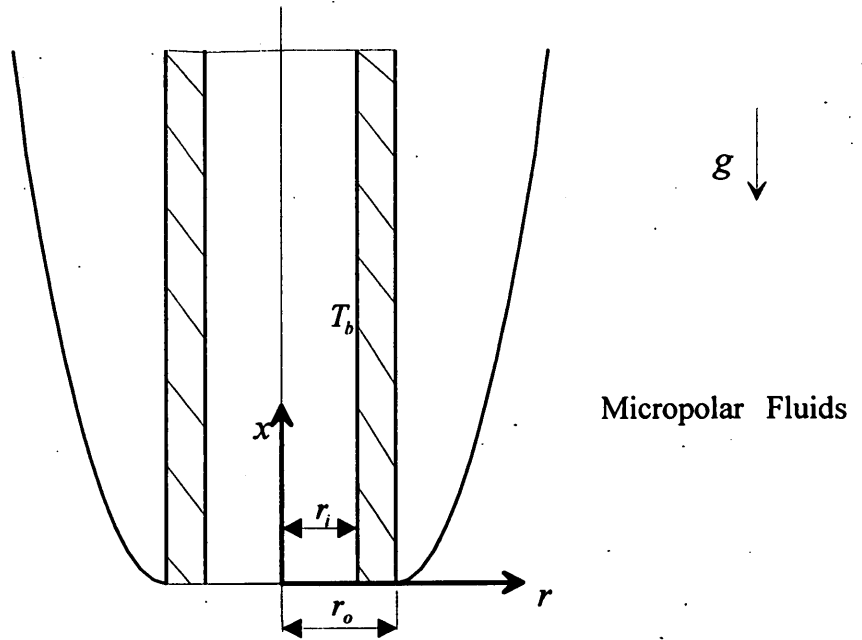


圖 1 物理模型和座標系統。

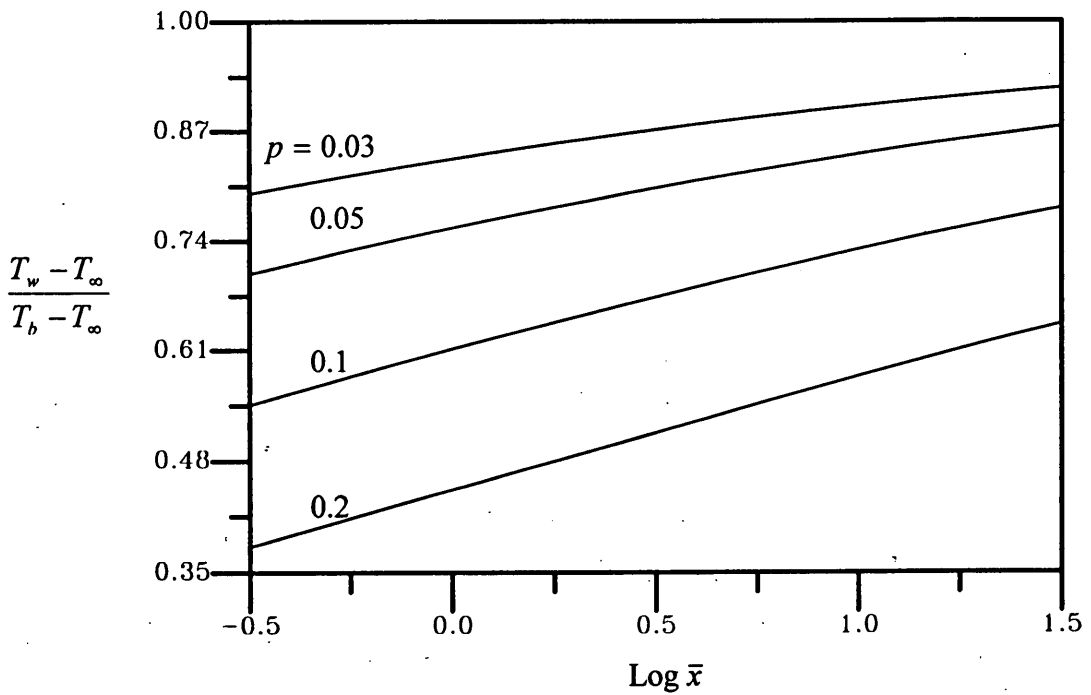


圖 2 不同 p 值下，介面溫度對 \bar{x} 的變化曲線(當 $Pr = 7.0$ 及 $\Delta = 1.0$ 時)。

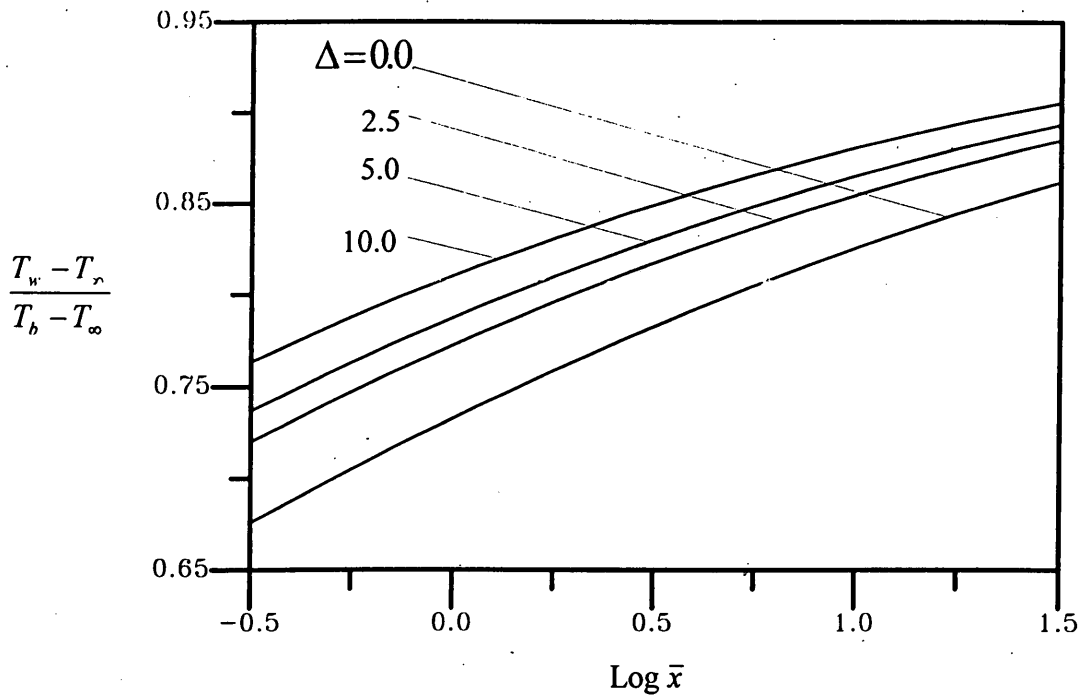


圖 3 不同 Δ 值下，介面溫度對 \bar{x} 的變化曲線(當 $Pr = 7.0$ 及 $p = 0.05$)。

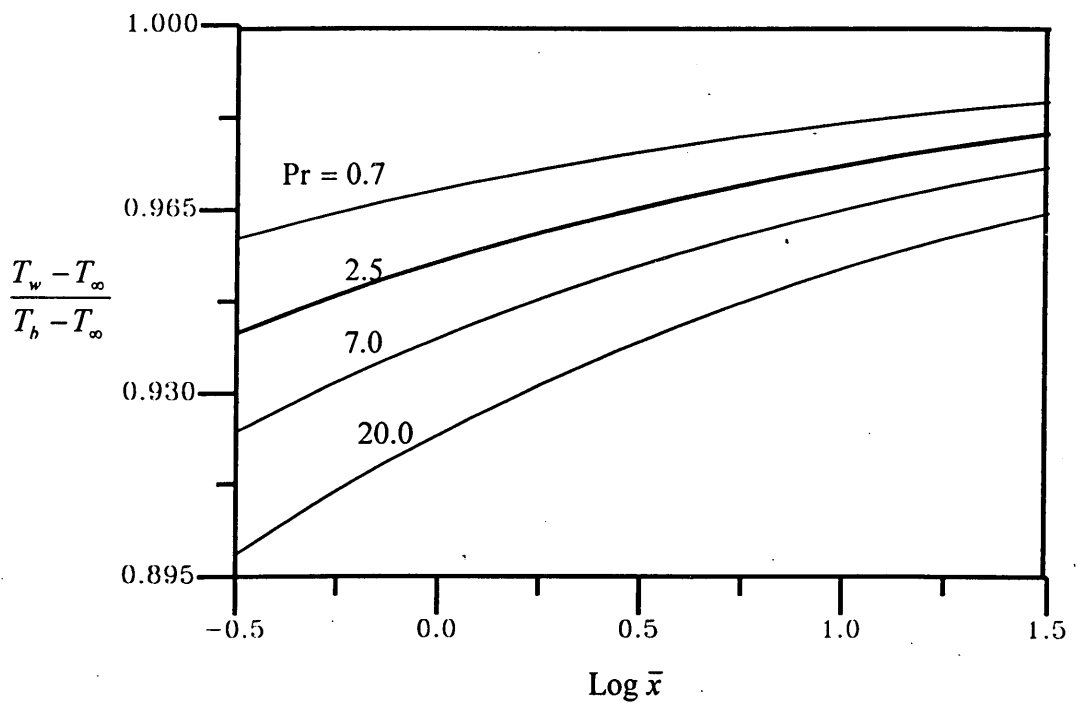


圖 4 不同 Pr 值下，介面溫度對 \bar{x} 的變化曲線(當 $p = 0.01$ 及 $\Delta = 1.0$)。

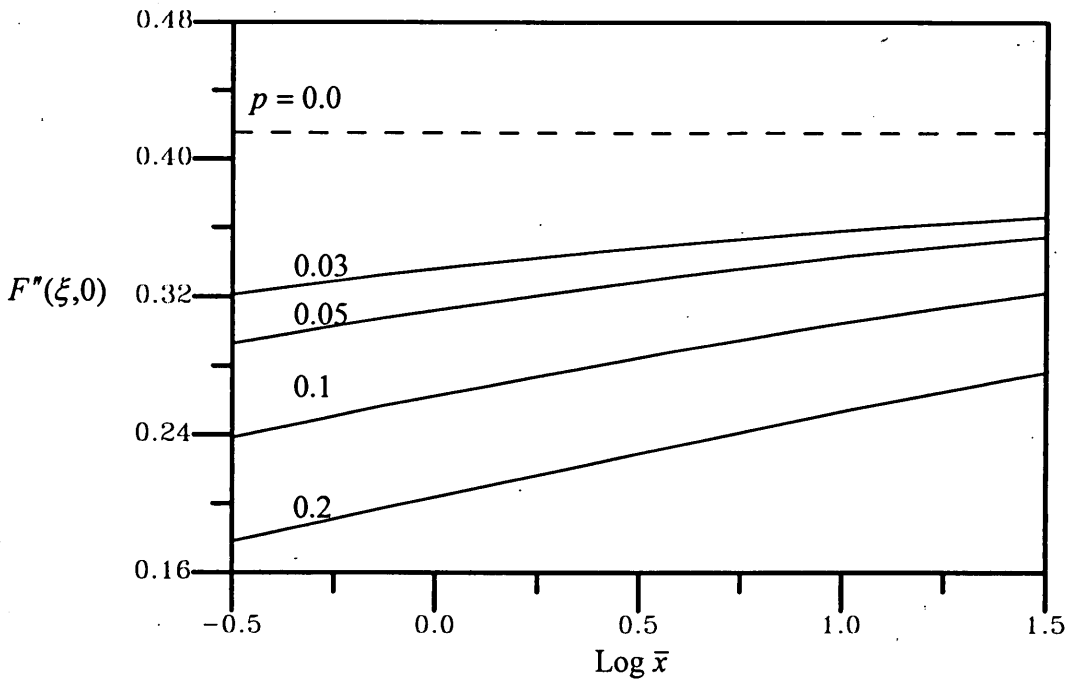


圖 5 p 效應對壁面摩擦參數的影響(當 $Pr = 7.0$ 及 $\Delta = 1.0$ 時)。

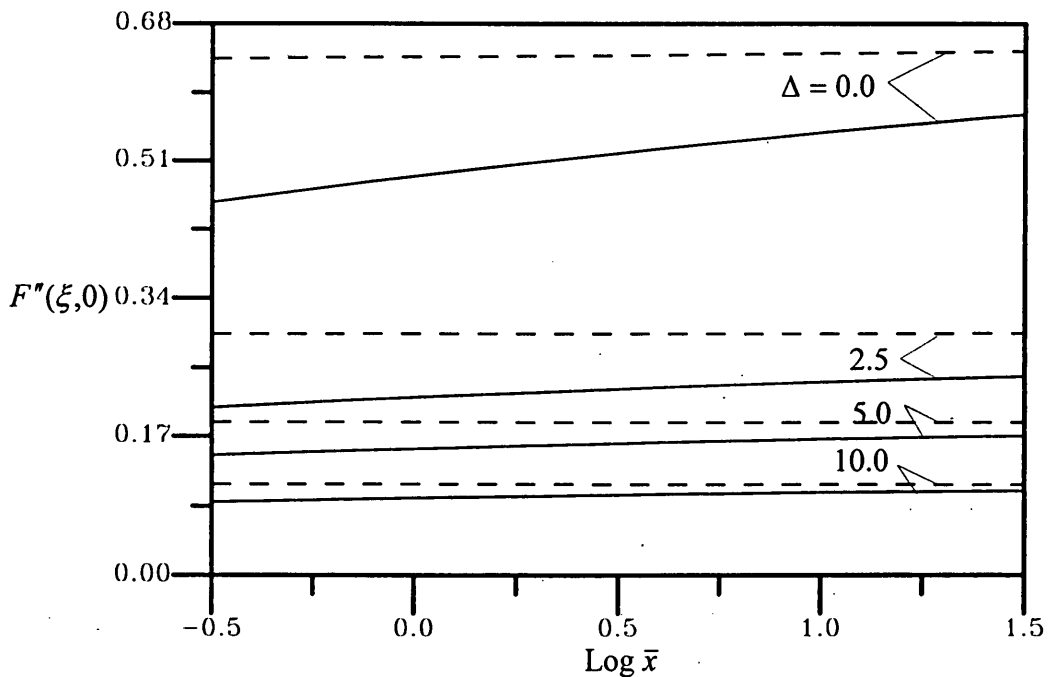


圖 6 Δ 效應對壁面摩擦參數的影響(虛線為 $p = 0.0$; 實線為 $p = 0.05$)。

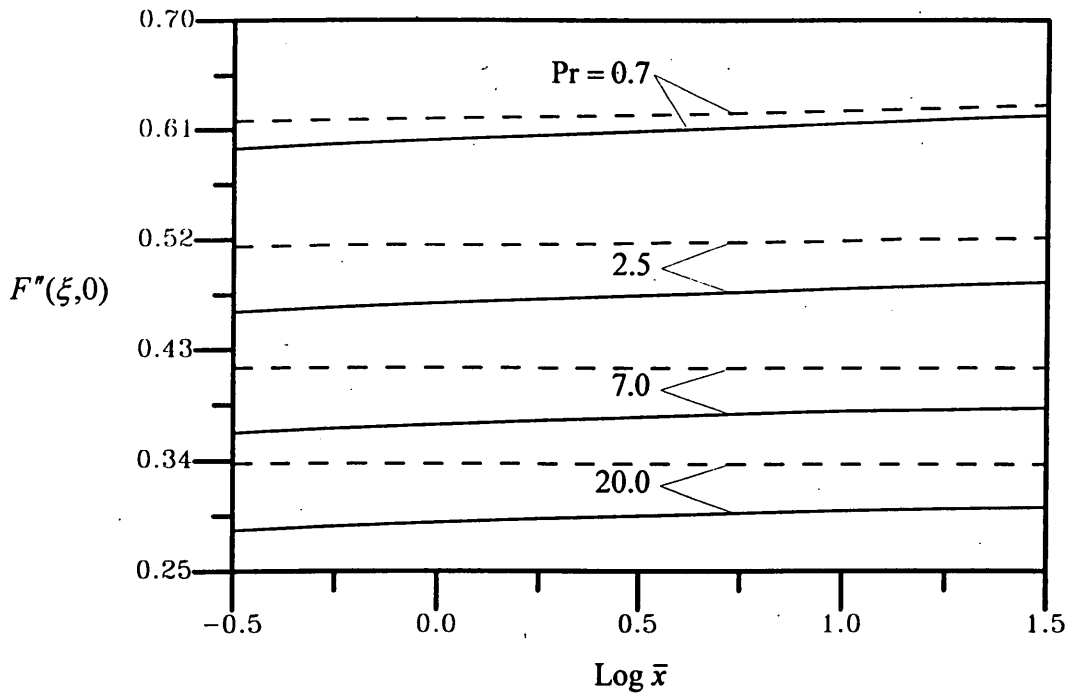


圖 7 Pr 效應對壁面摩擦參數的影響(虛線為 $p = 0.0$; 實線為 $p = 0.01$)。

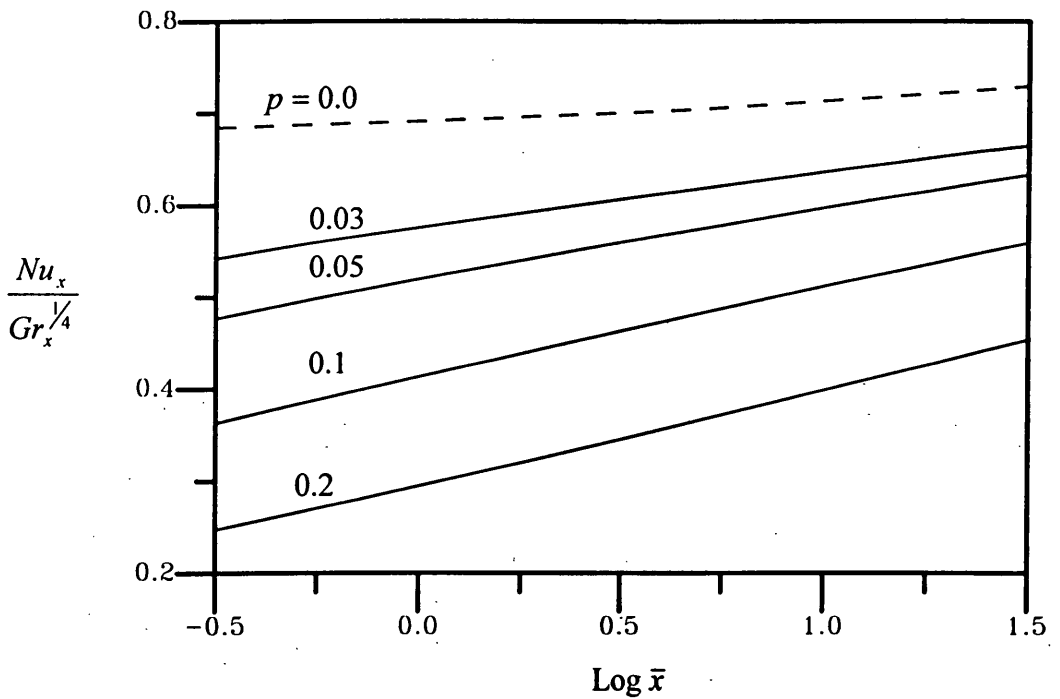


圖 8 p 效應對熱傳率的影響(當 $Pr = 7.0$ 及 $\Delta = 1.0$ 時)。

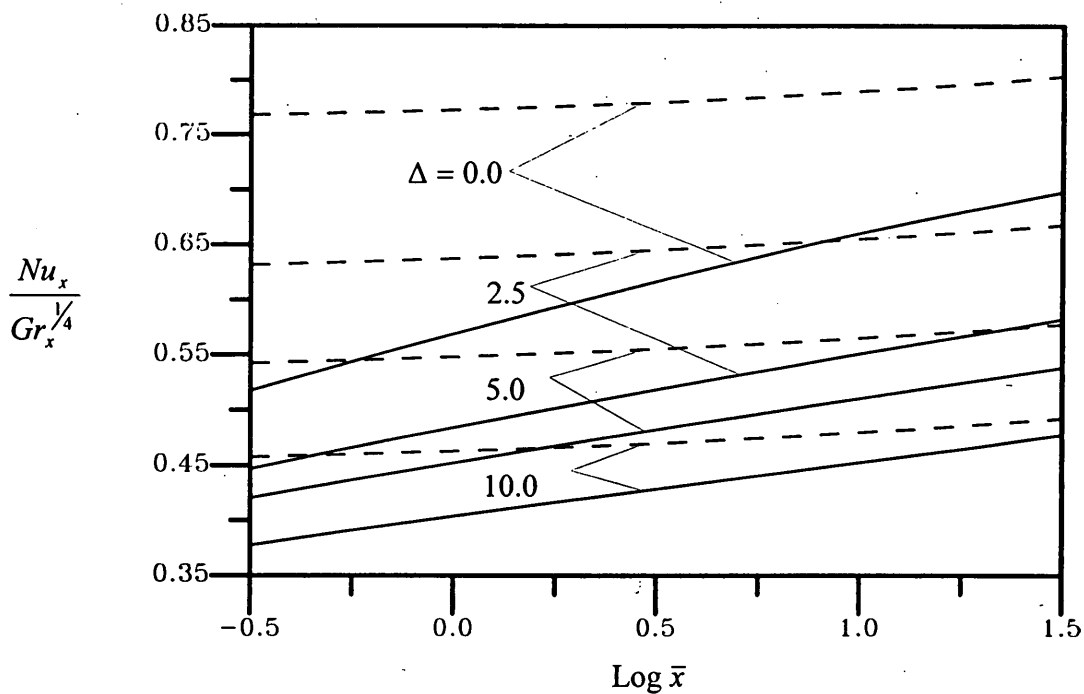


圖 9 Δ 效應對熱傳率的影響(虛線為 $p = 0.0$; 實線為 $p = 0.05$)。

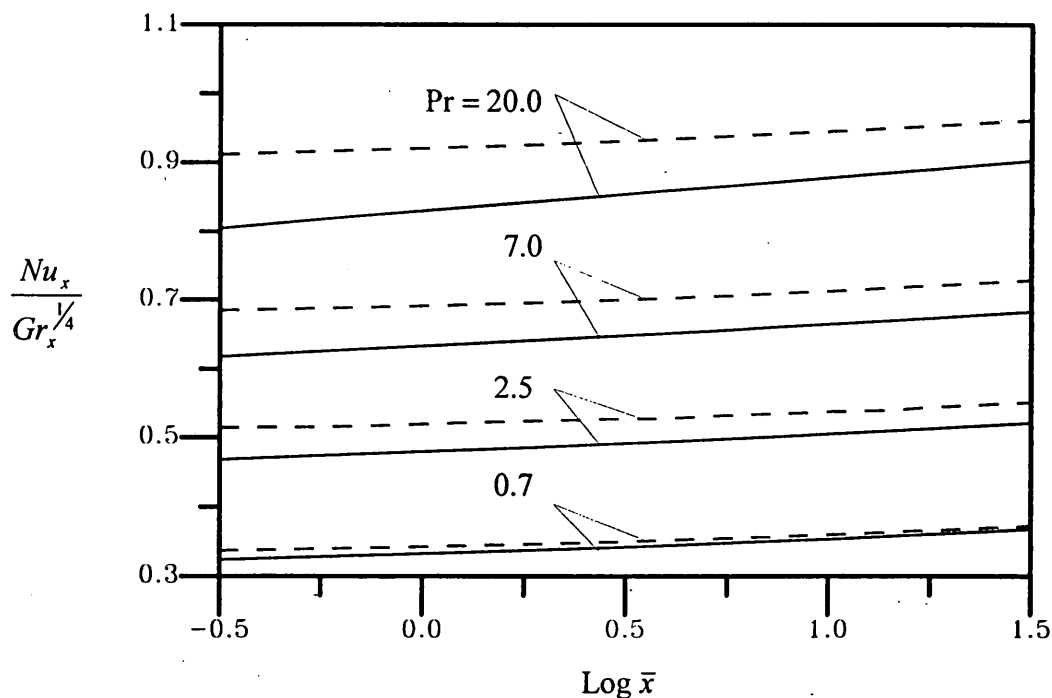


圖 10 Pr 效應對熱傳率的影響(虛線為 $p = 0.0$; 實線為 $p = 0.01$)。

Effect of Wall Conduction on Natural Convection Flow of Micropolar Fluids over a Vertical Slender Hollow Circular Cylinder

Chang Cheng-Long

Abstract

The effects of heat conduction of slender hollow cylinder on convective heat transfer of micropolar fluids have been analyzed in detail. In this thesis, the resulting nonlinear differential equations of the problems are solved numerically by using the cubic spline collocation method. These results are also compared numerically with the corresponding previous paper, and found in a good agreement.

Results show that an increase of in the micropolar material parameter Δ , or the conjugate heat transfer parameter p leads to lower skin friction factor, local heat transfer rate and interfacial temperature. The larger values of the Prandtl number yield the higher the interfacial temperature variation and the local heat transfer rate at wall, and the lower values of the skin friction coefficient.

Moreover, in comparison to a Newtonian fluid, the micropolar fluid is found to have smaller the skin friction factor and the local heat transfer rate, and a higher interfacial temperature.

Keyword : micropolar fluids · conjugate heat transfer · interfacial temperature · local heat transfer rate