

結合品質機能展開與模糊迴歸分析於滿足顧客需求之新鑽孔機設計

徐志宏、王士元、張燦明、陳建佑、陳翰威
柯力航、廖英傑、邱炫璵

摘要

本研究以新鑽孔機產品設計過程為案例，說明如何以品質機能展開來尋找顧客需求與關鍵的設計參數，並透過專家評分以模糊迴歸分析模型來量化設計參數與工程技術間之關係。研究結果發現利用品質機能展開來找出最優先改善的工程技術順序，分別為體積大小、吸震功能、耐撞擊性與耐高溫性；以及影響這些工程技術最關鍵的三個設計參數，分別為汽缸外徑、鑽頭口徑與通風口徑。所建立的設計參數與工程技術間的模糊迴歸分析模型，結果顯示有些設計參數，對工程技術完全沒有影響；有些設計參數，對工程技術有若干程度的影響。本研究使用模糊迴歸分析在顧客需求所找出的關鍵設計參數與工程技術間來建立函數模型，除能提升設計效率，並快速發展出顧客所需求的產品外，此模式可作為日後類似新產品設計的參考，具有廣泛應用的價值。

關鍵詞：品質機能展開、顧客需求、工程技術、設計參數、模糊迴歸分析。

徐志宏：修平技術學院工業工程與管理系助理教授
王士元：修平技術學院工業工程與管理系助理教授
張燦明：修平技術學院工業工程與管理系助理教授
陳建佑：修平技術學院工業工程與管理系學生
陳翰威：修平技術學院工業工程與管理系學生
柯力航：修平技術學院工業工程與管理系學生
廖英傑：修平技術學院工業工程與管理系學生
邱炫璵：修平技術學院工業工程與管理系學生
投稿日期：961008 接受刊登日期：970520

Using QFD and Fuzzy Regression Analysis to Promote The Design of New Drilling Machine for The Consumer Requirement

Chih-Hung Hsu, Shih-Yuan Wang, Tsan-Ming Chang, Jian-You Chen, Han-Wei Chen, Li-Hang Ke, Yiag-Jie Liao, Xuan-Cong Qiu

Abstract

The purpose of this paper is to study the design process of a new drilling machine. We perform the quality function deployment and find the design parameters of customer requirement. The fuzzy regression analysis is applied to find the relationship between the design parameters and engineering characters. The main ordering engineering characters obtained by the quality function deployment are the volume of drilling machine, the absorbency of vibration, the impact tolerance and the high temperature tolerance. And the key three design parameters influencing the engineering character are the external diameter of cylinder, the internal diameter of drill and the internal diameter of air duct. From the result of the fuzzy regression analysis, some design parameters have no influence to the engineering characters but some parameters have. In conclusion, we find the fuzzy regression analysis is an efficiency method for drilling machine design as considering the customer requirement. Also, this model can be an important reference of new product design in the future.

Keywords: quality function deployment, consumer requirement, engineering character, design parameter, fuzzy regression analysis.

Chih-Hung Hsu, Assistant Professor, Department of Industrial Management, HIT.
Shih-Yuan Wang, Assistant Professor, Department of Industrial Management, HIT.
Tsan-Ming Chang, Assistant Professor, Department of Industrial Management, HIT.
Jian-You Chen et al., Students, Department of Industrial Management, HIT.
Han-Wei Chen, Students, Department of Industrial Management, HIT.
Li-Hang Ke, Students, Department of Industrial Management, HIT.
Yiag-Jie Liao, Students, Department of Industrial Management, HIT.
Xuan-Cong Qiu, Students, Department of Industrial Management, HIT.

壹、前言

在產品設計過程中，設計者需先了解顧客之需求，並將其表現在產品設計上 [5]。然而隨著產品複雜度增加，顧客本身常對於新產品的概念不明確，致使設計者無法在設計時完整考量顧客的需求，只能藉由主觀判斷與經驗來定義，設計者與顧客之間的溝通內容常常為不確定的語意描述，雙方缺乏一個有效的資訊傳遞工具，無法確保設計者能夠完整地掌握顧客需求。若能有方法能將顧客的需求模糊轉化為設計時之工程技術規格，則必能提升設計之效率，並快速發展出顧客所需求的產品。

品質機能展開 (Quality Function Deployment, QFD) 就是一種能快速達到顧客需求的工具，並以科學方法來完成產品的設計、生產，以及提供深度的評估 [3]。雖目前結合品質機能展開和模糊迴歸分析在工程設計上的研究已有劉錦輝和鄭啓斌 [6, 7] 應用在釘槍設計上，但還沒有研究是應用在新鑽孔機產品設計，故本研究將以品質機能展開與模糊迴歸分析來應用在新鑽孔機產品設計上，對新鑽孔機建立一個顧客需求與設計參數間的數學模式，此為本研究的動機。

本研究將以新鑽孔機產品設計過程為案例，調查顧客需求與設計參數間之關係，並建立兩者間關係的數學模型，並藉

以作為尋求最佳設計參數的基礎。故本研究目的有二：

1. 以新鑽孔機產品設計過程為案例，利用品質機能展開收集顧客需求、產品競爭分析與企劃、工程技術，最後找出最優先改善的工程技術順序，確定設計參數與目標。
2. 對新鑽孔機建立一個顧客需求與設計參數間的數學模式，以作為設計參考。

研究架構如圖 1 所示。

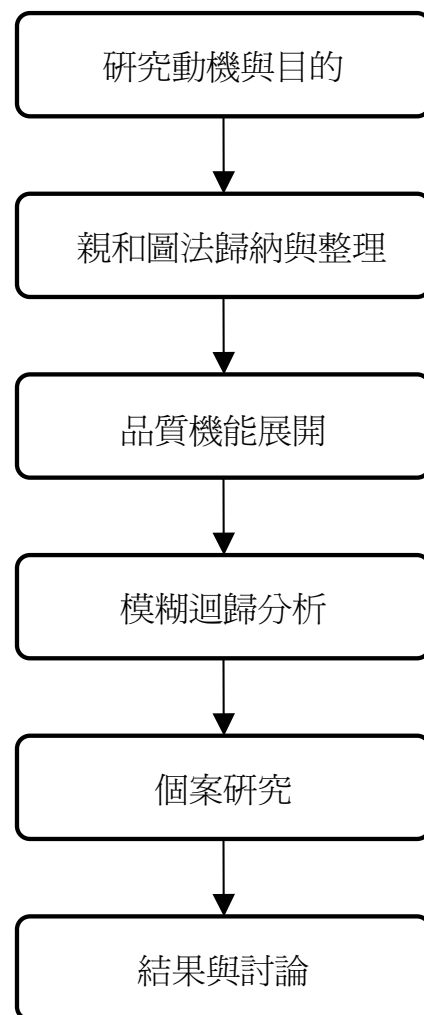


圖 1 研究架構

貳、品質機能展開

赤尾洋二 [1]認為廣義的品質機能展開指的是品質展開（Quality Deployment, QD）。品質展開是一套有系統的技術方法，從掌握顧客的需求，轉換成代用特性，來訂定產品或服務設計的標準，再將設計品質有系統地展開到各個機能零件或服務項目的品質，以及製造各要素或服務各要

素的相互關係上，使產品或服務能在事前完成品質保證，符合顧客需求。

Bossert [9]在 1991 年提出了品質屋（House of Quality）的架構，如圖 2 所示。品質屋的架構包含了顧客需求、工程技術、顧客需求與工程技術間關係矩陣、競爭產品評估、工程技術相關矩陣與改善優先順序六大部分，其說明如下：

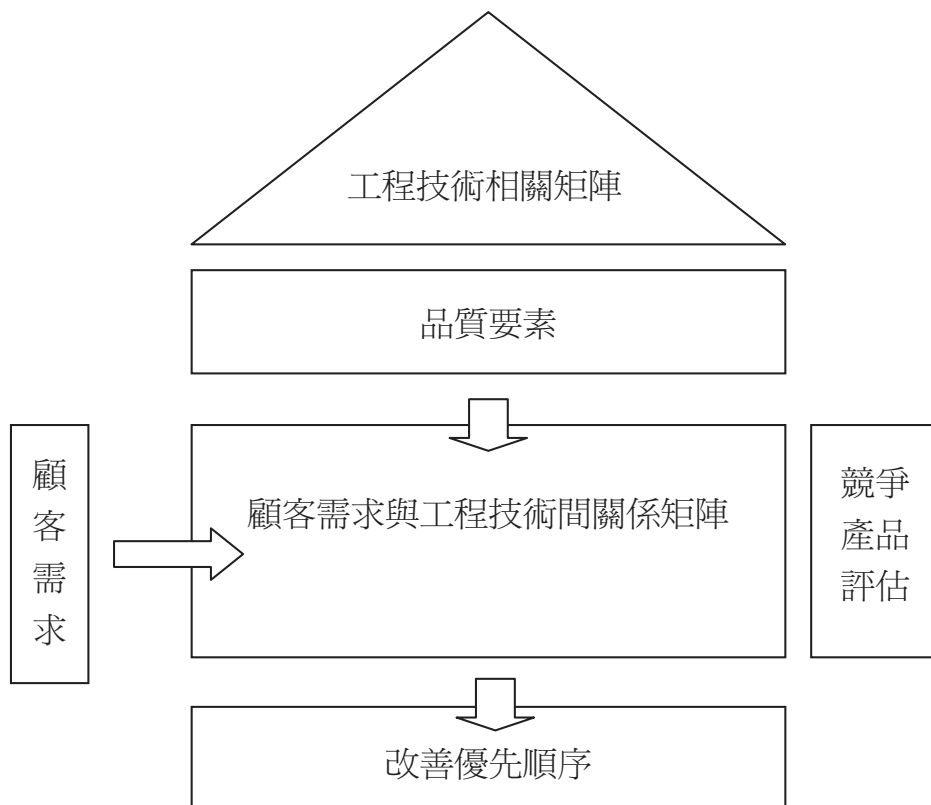


圖 2 Bossert 提出之品質屋架構

- (1)顧客需求(What)：位於品質屋的左邊，又稱為顧客心聲(Voice of Customer, VOC)，主要是用以描述顧客的需求，資訊可經由市場問卷調查以及顧客訪談等方式取得 [4]。
- (2)工程技術(How)：位於品質屋的天花板，又稱為品質特性工程聲音(Voice of Engineering, VOE)。企業能清楚了解顧客需求，才能將各部門所能提供的服務或技術整合，擬定策略或技術服務，以提供顧客滿意的服務 [3]。
- (3)顧客需求與工程技術間關係矩陣：為品質屋的主體，此關係矩陣是用來說明 VOC 項目與 VOE 特性間的關係程度。顧客對產品及服務的需求與企業所提供之工程技術間，可利用關係矩陣來加以連結，使得各項顧客需求都能有適當的產品技術或部門服務 [4]。
- (4)競爭產品評估：位於品質屋的右邊，此矩陣包含了自有產品及其它競爭產品的分析以了解顧客需求的優先次序。
- (5)工程技術相關矩陣：位於品質屋之屋頂，主要用以說明各 VOE 間之相關性。
- (6)改善優先順序：位於品質屋的基座，經過 VOE 重要度的計算排序後，了解要提供產品或服務，哪些工程技術是最優先需要的，以作為各項技術引進及資源分配的參考 [2]。

參、模糊迴歸分析

模糊迴歸分析乃由 Tanaka 等人於 1982 年提出，其目的乃利用模糊函數以描述不明確的系統。模糊迴歸在應用上可比統計迴歸更具彈性，統計迴歸通常需要大量資料以支持其假設，但模糊迴歸卻無此需求，因此當資料量不足或隨機性難以驗證時，模糊迴歸是較強健的(Robust)，同時當所蒐集之資料的不確定性乃來自於人類之主觀判斷時，模糊迴歸更具適用性 [6, 10]。

本研究採取 Tanaka 之方法來建立系統模型，將所關心的品質系統中，工程技術與設計參數間之關係以一模糊線性迴歸方程式來表達(式 1) [6, 7]。

$$Y = A_0 + A_1X_1 + \dots + A_pX_p \quad (1)$$

其中， X_j ($j=1,2,\dots,p$) 為 p 個不同的設計參數， A_j 為 X_j 之模糊係數， Y 則為工程技術，為了表達品質之模糊性， Y 亦為一模糊數。為了方便起見，在式(1)中，本研究假設 Y 與 A_j 皆為對稱三角模糊數(Symmetric Triangular Fuzzy Number)。因此，本研究首先要將在問卷中所蒐集到的原始資料，轉換為對稱三角模糊數。

為了辨認式(1)中模糊係數 A_j 之值，

Tanaka 提出以最小模糊法來求解此一問題。亦即，在模型之模糊性必須涵蓋實際數據之模糊性的條件下，希望模型能有最小的模糊性。假設總共蒐集 n 筆數據，以 $Y_i = (y_i, e_i)$ 代表第 i 筆數據之品質衡量，則模糊性涵蓋之條件可表達為：

$$[Y_i]_\alpha \subseteq [\tilde{Y}_i] \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

令 $A_j = (a_j, b_j)$ ，其中 $j = 1, 2, \dots, n$ ，並令 X_{ij} 代表第 i 筆資料的第 j 個設計參數值，則模糊係數 A_j 之辨認可制定為以下之線性規劃問題。

$$\text{Min} \sum_{i=1}^n (b_0 + b_1|x_{i,1}| + \dots + b_p|x_{i,p}|) \quad (3)$$

$$\text{s.t.} \quad b_0, b_1, \dots, b_p \geq 0 \quad (4)$$

$$(a_0 + a_1x_{i1} + \dots + a_px_{ip}) - (1-\alpha)(b_0 + b_1|x_{i1}| + \dots + b_p|x_{ip}|) \leq y_i - (1-\alpha)e_i \quad (5)$$

$$(a_0 + a_1x_{i1} + \dots + a_px_{ip}) - (1-\alpha)(b_0 + b_1|x_{i1}| + \dots + b_p|x_{ip}|) \geq y_i + (1-\alpha)e_i \quad (6)$$

其中，目標函式(3)代表模型的模糊性，式(5)與(6)可用以保證滿足式(2)。

肆、個案研究

本研究以某鑽孔機製造商為研究對象，參考劉錦輝和鄭啓斌 [7]應用在釘槍設

計的作法，結合品質機能展開模糊迴歸分析來協助個案鑽孔機公司設計新產品。

一、新鑽孔機品質機能展開

(一)顧客需求品質展開

確實了解顧客需求將有助產品設計改善之方向，並提昇產品滿意度 [5, 8]。在品質機能展開的過程中，利用顧客需求品質展開表，將顧客的需求以階層的方式予以分析並紀錄。本研究調查出顧客對鑽孔機的需求後，並加以分類與延伸，以成為顧客的品質需求項目。再利用親和圖法將所有的需求品質，集合內容或性質相近者，並賦予該集合一個名稱，如此是把複雜而沒有頭緒的觀念或事實，依其相互間的親和性加以歸納統合，使之間的關係明朗化。此法可將不同性質的資料予以歸納整理，並以階層的形式表達。本研究將所有的要求品質，依內容或性質相近者予以集合起來，並賦予該集合一個名稱，再依循分群模式，即可找出第一層之要求品質，如圖 3 之要求品質分群圖中，由於拆裝容易、搬運容易、馬達強度與拆裝容易等第二層要求品質皆為使用時之情形，所以將此四項要求品質歸類於使用方面。依序展開後顧客需求的品質如表 1 所示。

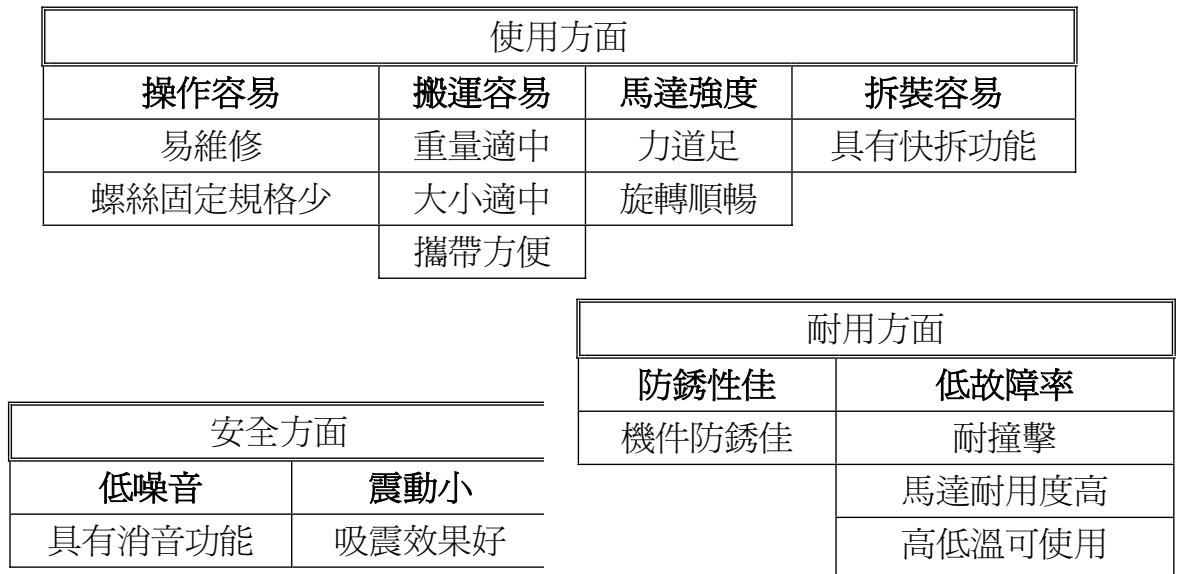


圖3 要求品質分群圖

表 1 顧客需求品質展開表

第一層	第二層	第三層
使用方面	操作容易	螺絲固定規格少
		易維修
	搬運容易	重量適中
		大小適中
		攜帶方便
	馬達強度	力道足
旋轉順暢		
拆裝容易	具有快拆功能	
安全方面	低噪音	具有消音功能
	震動小	吸震效果好
	降溫	冷卻管輸水順暢
耐用方面	防銹性佳	機件防銹佳
		耐撞擊
	低故障率	馬達耐用度高
		高低溫可使用

(二)顧客需求品質之品質企劃

透過顧客、同業競爭者與產品本身之調查評估，以衡量顧客需求品質的重要度，並決定出關鍵性的工程技術。此部份包含顧客重要度分析、競爭者比較分析、品質企劃與權重等四大部分；

(1)顧客之重要度分析

本研究實地拜訪顧客，再透過該個案廠商內部討論，決定顧客之重視程度分數，分數範圍由 1 至 5，分數越大者，代表顧客對此需求品質項目相當重視。

(2)個案公司與競爭者之比較分析

競爭者分析對象包含個案公司與台灣公司及美國公司三家廠商，蒐集及分析所

有資料，透過與該個案公司研究討論後，給予另兩家鑽孔機公司之顧客需求品質重要度分數，範圍由 1 至 5，分數愈大時，其代表該公司對某一項顧客需求品質之重視程度較高。

(3)顧客需求品質之企劃

結合顧客與競爭者之重要度分析結果，以決定要求品質的目標設定水準（企劃水準）與改善比率，並從而決定銷售重點。並以符號◎（分數：1.5）註記，次之者則以○（分數：1.2）註記，其餘為較不重要之項目（無符號註記，分數：1）。

(4)顧客需求品質之權重

藉由絕對權重之百分比分析，以決定重要的要求品質，經由以上品質企劃之過程，本研究將新鑽孔機品質企劃整理如圖 4 品質機能展開右方所示，表中之數字與符號表達了各項顧客需求品質在產品設計上的重要性 [6]。

(三)工程技術品質展開

顧客需求品質將決定產品滿意度的高低，所以設計者在進行產品設計時，應針對顧客的需求品質項目，進行產品設計之工程分析，以提高顧客對產品之滿意度。本研究針對每一個顧客需求品質予以分析探討，歸納出 14 點工程技術，有方便性、固定性、簡易性、體積、重量、擊發能量、裝鑽頭便利、噪音分貝、振動頻率、耐撞

擊、耐磨耗性、耐低溫性、耐高溫性及防銹性等，再利用親和圖將工程技術以階層的方式予以分析，並得到工程技術展開表，如表 2 所示。

(四)品質機能展開

本研究利用相關矩陣，分析顧客需求品質與工程技術之關係，並填入相關性符號，採獨立配點法計算各個工程技術之重要度，便可找出較重要之工程技術，由圖 4 可知，工程技術重要度排名前四項分別是：規格型式之體積（設計目標為汽缸外徑）、耐用性之耐撞擊性（設計目標為鑽頭口徑）、耐候性之耐高溫性（設計目標為通風口徑）、吸震功能之振動頻率（設計目標為緩衝墊），設計目標的選擇則為對工程技術影響較大的因素。

表 2 工程技術展開表

第一層	第二層	第三層
使用 簡便性	拆裝容易性	方便性
		固定性
		簡易性
	規格形式	體積
		重量
		擊發能量 裝鑽頭便利
安全性	消音功能	噪音分貝
	吸振功能	振動頻率
耐久性	耐用性	耐撞擊性
		耐磨耗性
	耐候性	耐低溫性
		耐高溫性 防銹性

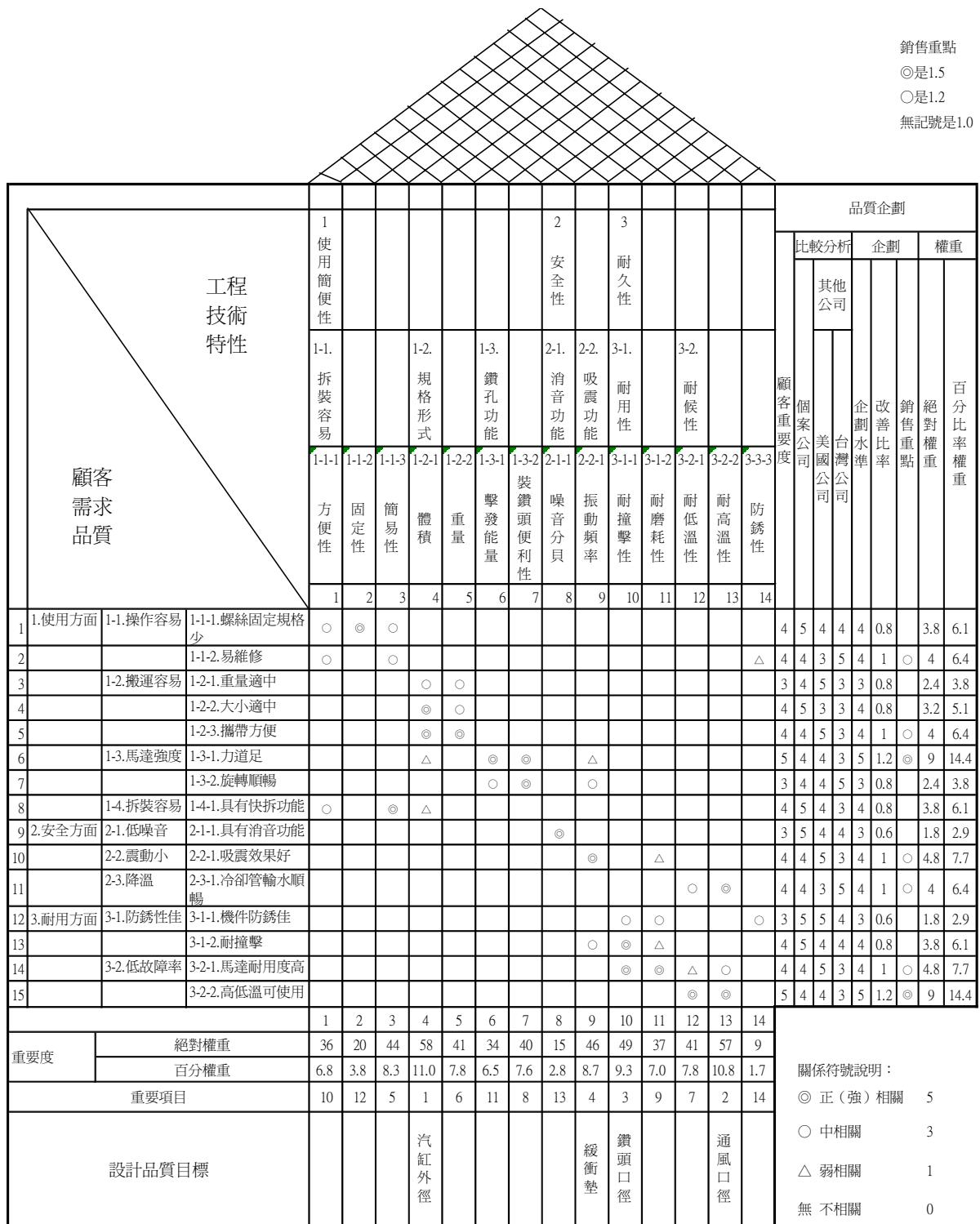


圖 4 新鑽孔機品質機能展開

同類型鑽孔機設計目標位置如圖 5 所示。



圖 5 同類型鑽孔機設計目標位置

二、新鑽孔機模糊迴歸分析

經由品質機能展開，本研究獲得新鑽孔機品質設計中，顧客所關心的四個工程技術（體積大小、吸震功能、耐撞擊性、耐高溫性），以及影響這些工程技術最關鍵的三個設計參數，分別為汽缸外徑、鑽頭口徑與通風口徑。為求得此三設計參數的最適值，本研究首先對資深專家進行問

卷調查，以蒐集資深專家在不同設計水準下，對品質需求的評估結果。由於專家之評鑑結果經常涉及主觀判斷與概略性，可將其視為一種模糊性衡量。因此本研究將所有資深專家之綜合評估結果以模糊數來表達，並使用模糊迴歸分析來建立品質需求與設計參數間之函數關係。然後以線性規劃來求解模型之參數，最後針對所建立之模型來分析各設計參數對品質之影響。

(一)資料收集與調查

為了蒐集在不同設計水準下，鑽孔機品質的達成程度，本研究選擇三個不同品牌的鑽孔機，依其在三個設計參數上的規格，總共採取了 27 組不同的規格組合，再透過兩位資深專家對不同規格組合下，鑽孔機在使用上之體積大小、吸震功能、耐撞擊性、耐高溫性等四項工程技術之達成率進行評比，其中等級 1 為最差之情形，等級 10 則為最佳之情形。例如以某資深專家（表 3）認為若鑽頭口徑值 55mm、通風口徑 28mm 與汽缸外徑值 110mm 時，其在產品使用之體積大小的滿意程度為等級 6，在耐高溫功能為等級 6，在耐撞擊性為等級 5，而在設計之吸震功能上等級 5。其他問卷可依此類推。

表 3 某專家問卷範例

品質設計 等級目標 要素評等	鑽頭口徑 (單位：mm)			通風口徑 (單位：mm)			汽缸外徑 (單位：mm)			品牌
	55			28			110			個案公司
	50			22			128			台灣公司
	70			30			160			美國公司
體積大小	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
耐高溫功能	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
耐撞擊性	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
吸震功能	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

(二)建立品質系統模型

考慮到資深專家對於鑽孔機品質判斷的主觀性，本研究參考劉錦輝和鄭啓斌 [6, 7]應用在釘槍設計的作法，採用模糊迴歸分析來建立品質系統模型。建立方法如前面模糊迴歸分析介紹所述。

為了方便起見，本研究假設為對稱三角模糊數，對稱三角模糊數之表達方式為 $Y_i = (y_i, e_i)$ ，其中 y 為模糊數 Y 之眾數或稱為最大可能值， e 則為其伸展 (Spread) 亦即 Y 之模糊性，模糊數 Y 乃為一以 y, e 為參數的歸屬函數所定義的模糊集合。

本研究將資深專家對同一規格組合下之評分結果平均，作為最大可能值，並將此一最大可能值距原始評分之距離作為模糊之伸展。亦即若兩位資深專家之評分分

別為 ra 與 rb ，則

$$y = (ra + rb) / 2 \tag{7}$$

$$e = |y - ra| \tag{8}$$

例如在問卷中，某資深專家對體積大小之評分為 6，另一資深專家對體積大小之評分為 5，則轉化為模糊評分數，可得

$$y = (6 + 5) / 2 = 5.5$$

$$e = 0.5$$

亦即 $Y = (5.5, 0.5)$ 。

將所有數據代入模糊迴歸分析之實際模型 (在本研究中，令 $\alpha = 0.2$)，並利用 Lingo 進行最佳化求解，所得結果如表 4 所示：

表 4 LinGo 最佳化求解之結果

變數	a_0	a_1	a_2	a_3	b_0	b_1	b_2	b_3
規格形式最佳值	0.42	0.10	0	0	0	0.49	0	0
耐候性最佳值	5.68	0.50	0	0	0	0.51	0	0
耐用性最佳值	0	0	0.23	0	0	0.51	0	0
吸震功能最佳值	6.05	0	0	0	0	0.49	0	0

亦即對四個工程技術所求得之模糊迴歸模型分別為(求解結果取四捨五入):

x_1 =鑽頭口徑 x_2 =通風口徑
 x_3 =汽缸外徑

規格形式:

$$Y=(0.43,0)+(0.10,0.50)x_1+(0,0)x_2+(0,0)x_3 \quad (9)$$

耐候性:

$$Y=(5.69,0)+(0.50,0.52)x_1+(0,0)x_2+(0,0)x_3 \quad (10)$$

耐用性:

$$Y=(0,0)+(0,0.52)x_1+(0.23,0)x_2+(0,0)x_3 \quad (11)$$

吸震功能:

$$Y=(6.05,0)+(0,0.49)x_1+(0,0)x_2+(0,0)x_3 \quad (12)$$

針對本研究所得之四種工程技術模糊迴歸分析模型，作進一步探討：

(一)、公式(9)、(10)、(12) 中的 x_2 、 x_3 的係數均為(0,0)，依研究結果顯示通風口徑及汽缸外徑此兩項設計參數，對規格形式、耐候性與吸震功能等三種工程技術完全沒有影響，然而此一結果是否受到其他中介變數或隱藏變數影響，致使通風口徑及汽缸外徑此兩項設計參數，無法對規格形式、耐候性與吸震功能等三種工程技術產生顯著的影響，則有賴後續研究深入探討。此外，在研究過程中與設計人員討論後發現影響規格形式、耐候性及吸震功能的因素相當多，如：汽缸材料、吸震裝置、重量、體積、鑽石鑽頭的鑽石粉含量等，因此可針對可能的影響進行更深入的研究。

(二)、根據公式(11)顯示鑽頭口徑與通風口徑對耐用性具有若干程度的影響，可藉由後續研究的進行，來進一步確認其影響的程度。

伍、結論

本研究的結論有二：

- 1.以新鑽孔機產品設計過程為案例，利用品質機能展開收集顧客需求、產品競爭分析與企劃、工程技術，最後找出最優先改善的工程技術順序，獲得新鑽孔機品質設計中，顧客所關心的四個工程技術，分別為體積大小、吸震功能、耐撞擊性與耐高溫性；以及影響這些工程技術最關鍵的三個設計參數，分別為汽缸外徑、鑽頭口徑與通風口徑。
- 2.對新鑽孔機建立一個顧客需求與設計參數間的四種工程技術模糊迴歸分析模型，研究結果顯示「鑽頭口徑」對「規格型式」、「耐候性」、「耐用性」與「吸震功能」均有若干不同程度之影響；「通風口徑」則僅對「耐用性」有影響；而「汽缸外徑」對所有工程技術特性完全沒有影響。由於本研究乃是以順序尺度(非比率尺度)的評等方式試圖建構模型，雖然無法透過其結果提供最佳的設計參數值範圍，但由於本模式之實施方法頗為簡易，且無須投入大量成本與時間，因此可藉由本模式來探索影響工程技術的可能因素，一旦因素確認後，即可以比率尺度的實驗方式進行參數最佳化設計。

本研究使用模糊迴歸分析在顧客需求所找出的關鍵設計參數與工程技術間來建

立函數模型，除能提升設計之效率，並快速發展出顧客所需求的產品外，本研究結合品質機能展開與模糊迴歸分析於新鑽孔機產品設計的模式，可作為日後其他類似新產品的設計參考，具有廣泛應用的價值。

致謝

本研究感謝楊展耀老師、陳世杰老師及柯淑芬小姐在資料提供及技術支援上的協助，謹致感謝之意。

參考文獻

- [1]赤尾洋二，(1991)，*品質機能展開之實際運用*，中國生產力中心。
- [2]徐志宏、王士元、林俊嘉、胡易宏，(2007)，應用獨立配點法與灰關聯分析於品質技術排序提升連鎖經營服務品質，*第九屆企業連鎖經營發展與管理學術暨實務研討會*。
- [3]徐志宏、張燦明、楊雅芬、徐佳佑，(2007)，以 kano 二維品質機能展開將顧客心聲融入通訊產品設計，*2007 台灣商管理論與實務研討會暨第八屆國際網路應用與發展學術研討會*。
- [4]張清波、李景文，(2004)，*品質管理理論實務與應用*，泰勒出版社。
- [5]盧坤宏，(1997)，工作研究法提升製程效益—以 9712 葉片生產為例，*交大管理學報*，第 17 卷第 1 期，第 135-152 頁。

- [6]劉錦輝，(2002)，*結合模糊迴歸分析與品質機能展開於工程設計之最佳化*，朝陽科技大學工業工程與管理系未出版碩士論文。
- [7]劉錦輝、鄭啓斌，(2003)，*應用品質機能展開與模糊迴歸分析於新產品之設計開發：以氣動釘槍為例*，*朝陽科技大學學報*，第八期，第 223-235 頁。
- [8]Meyers, F. E. & Stewart, J. R. (2002). *Motion and time study for lean manufacturing*, Prentice Hall.
- [9]Bossert, J. L. (1991). *Quality function deployment - a practitioner's approach*, Milwaukee: ASQC Quality Press.
- [10]Tanaka, H., Uejima, S. & Asai, K. (1982). Linear regression analysis with fuzzy model. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 12, 903-907.
-

附錄 A

規格線性規劃模型

目標函數：Min=

$$\begin{aligned}
 & (b_0+50*b_1+28*b_2+110*b_3)+(b_0+55*b_1+22*b_2+128*b_3)+ \\
 & (b_0+70*b_1+30*b_2+160*b_3)+(b_0+50*b_1+28*b_2+128*b_3)+ \\
 & (b_0+50*b_1+28*b_2+160*b_3)+(b_0+50*b_1+22*b_2+110*b_3)+ \\
 & (b_0+50*b_1+22*b_2+128*b_3)+(b_0+50*b_1+22*b_2+160*b_3)+ \\
 & (b_0+50*b_1+30*b_2+110*b_3)+(b_0+50*b_1+30*b_2+128*b_3)+ \\
 & (b_0+50*b_1+30*b_2+160*b_3)+(b_0+55*b_1+28*b_2+110*b_3)+ \\
 & (b_0+55*b_1+28*b_2+128*b_3)+(b_0+55*b_1+28*b_2+160*b_3)+ \\
 & (b_0+55*b_1+22*b_2+110*b_3)+(b_0+55*b_1+22*b_2+160*b_3)+ \\
 & (b_0+55*b_1+30*b_2+110*b_3)+(b_0+55*b_1+30*b_2+128*b_3)+ \\
 & (b_0+55*b_1+30*b_2+160*b_3)+(b_0+70*b_1+28*b_2+110*b_3)+ \\
 & (b_0+70*b_1+28*b_2+128*b_3)+(b_0+70*b_1+28*b_2+160*b_3)+ \\
 & (b_0+70*b_1+22*b_2+110*b_3)+(b_0+70*b_1+22*b_2+128*b_3)+ \\
 & (b_0+70*b_1+22*b_2+160*b_3)+(b_0+70*b_1+30*b_2+110*b_3)+ \\
 & (b_0+70*b_1+30*b_2+128*b_3);
 \end{aligned}$$

限制式：

$$a_0 \geq 0, a_1 \geq 0, a_2 \geq 0, a_3 \geq 0, b_0 \geq 0, b_1 \geq 0, b_2 \geq 0, b_3 \geq 0;$$

(1-10)

$$(a_0+50*a_1+28*a_2+110*a_3)+0.8*(b_0+50*b_1+28*b_2+110*b_3)\geq 5.9;$$

$$-(a_0+50*a_1+28*a_2+110*a_3)+0.8*(b_0+50*b_1+28*b_2+110*b_3)\geq -5.1;$$

$$(a_0+55*a_1+22*a_2+128*a_3)+0.8*(b_0+50*b_1+28*b_2+110*b_3)\geq 6.8;$$

$$-(a_0+55*a_1+22*a_2+128*a_3)+0.8*(b_0+50*b_1+28*b_2+110*b_3)\geq -5.2;$$

$$(a_0+70*a_1+30*a_2+160*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+30*b_2+160*b_3)\geq 7.6;$$

$$-(a_0+70*a_1+30*a_2+160*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+30*b_2+160*b_3)\geq -4.4;$$

$$(a_0+50*a_1+28*a_2+128*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+28*b_2+128*b_3)\geq 5.8;$$

$$-(a_0+50*a_1+28*a_2+128*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+28*b_2+128*b_3)\geq -4.2;$$

$$(a_0+50*a_1+28*a_2+160*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+28*b_2+160*b_3)\geq 6.8;$$

$$-(a_0+50*a_1+28*a_2+160*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+28*b_2+160*b_3)\geq -5.2;$$

(11-20)

$$(a_0+50*a_1+22*a_2+110*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+22*b_2+110*b_3)\geq 7.7;$$

$$-(a_0+50*a_1+22*a_2+110*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+22*b_2+110*b_3)\geq -5.3;$$

$$(a_0+50*a_1+22*a_2+128*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+22*b_2+128*b_3)\geq 4.4;$$

$$-(a_0+50*a_1+22*a_2+128*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+22*b_2+128*b_3)\geq-3.6;$$

$$(a_0+50*a_1+22*a_2+160*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+22*b_2+160*b_3)\geq 7.6;$$

$$-(a_0+50*a_1+22*a_2+160*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+22*b_2+160*b_3)\geq-4.4;$$

$$(a_0+50*a_1+30*a_2+110*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+30*b_2+110*b_3)\geq 7.7;$$

$$-(a_0+50*a_1+30*a_2+110*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+30*b_2+110*b_3)\geq-5.3.;$$

$$(a_0+50*a_1+30*a_2+128*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+30*b_2+128*b_3)\geq 8.7;$$

$$-(a_0+50*a_1+30*a_2+110*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+30*b_2+110*b_3)\geq-6.3;$$

(21-30)

$$(a_0+50*a_1+30*a_2+160*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+30*b_2+160*b_3)\geq 6.8;$$

$$-(a_0+50*a_1+30*a_2+160*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+30*b_2+160*b_3)\geq-5.2;$$

$$(a_0+55*a_1+28*a_2+110*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+28*b_2+110*b_3)\geq 8.4;$$

$$-(a_0+55*a_1+28*a_2+110*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+28*b_2+110*b_3)\geq-7.6;$$

$$(a_0+55*a_1+28*a_2+128*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+28*b_2+128*b_3)\geq 8.6;$$

$$-(a_0+55*a_1+28*a_2+128*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+28*b_2+128*b_3)\geq-5.4;$$

$$(a_0+55*a_1+28*a_2+160*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+28*b_2+160*b_3)\geq 8.7;$$

$$-(a_0+55*a_1+28*a_2+160*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+28*b_2+160*b_3)\geq -6.3;$$

$$(a_0+55*a_1+22*a_2+110*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+22*b_2+110*b_3)\geq 4.9;$$

$$-(a_0+55*a_1+22*a_2+160*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+22*b_2+110*b_3)\geq -4.1;$$

(31-40)

$$(a_0+55*a_1+22*a_2+160*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+22*b_2+160*b_3)\geq 7.8;$$

$$-(a_0+55*a_1+22*a_2+160*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+22*b_2+110*b_3)\geq -6.2;$$

$$(a_0+55*a_1+30*a_2+110*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+30*b_2+110*b_3)\geq 6.8;$$

$$-(a_0+55*a_1+30*a_2+110*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+30*b_2+110*b_3)\geq -5.2;$$

$$(a_0+55*a_1+30*a_2+128*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+30*b_2+128*b_3)\geq 6.9;$$

$$-(a_0+55*a_1+30*a_2+128*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+30*b_2+128*b_3)\geq -6.1;$$

$$(a_0+55*a_1+30*a_2+160*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+30*b_2+160*b_3)\geq 3.8;$$

$$-(a_0+55*a_1+30*a_2+160*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+30*b_2+160*b_3)\geq -3.2;$$

$$(a_0+70*a_1+28*a_2+110*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+28*b_2+110*b_3)\geq 8.9;$$

$$-(a_0+70*a_1+28*a_2+110*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+28*b_2+110*b_3)\geq -8.1;$$

(41-50)

$$(a_0+70*a_1+28*a_2+128*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+28*b_2+128*b_3)\geq 5.8;$$

$$-(a_0+70*a_1+28*a_2+128*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+28*b_2+128*b_3)\geq -4.2;$$

$$(a_0+70*a_1+28*a_2+160*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+28*b_2+160*b_3)\geq 6.7;$$

$$-(a_0+70*a_1+28*a_2+160*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+28*b_2+160*b_3)\geq -4.3;$$

$$(a_0+70*a_1+22*a_2+110*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+22*b_2+110*b_3)\geq 5.8;$$

$$-(a_0+70*a_1+22*a_2+110*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+22*b_2+110*b_3)\geq -4.2;$$

$$(a_0+70*a_1+22*a_2+128*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+22*b_2+128*b_3)\geq 5.9;$$

$$-(a_0+70*a_1+22*a_2+128*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+22*b_2+128*b_3)\geq -5.1;$$

$$(a_0+70*a_1+22*a_2+160*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+22*b_2+160*b_3)\geq 6.9;$$

$$-(a_0+70*a_1+22*a_2+160*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+22*b_2+160*b_3)\geq -6.1;$$

(51-54)

$$(a_0+70*a_1+30*a_2+110*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+30*b_2+110*b_3)\geq 7.4;$$

$$-(a_0+70*a_1+30*a_2+110*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+30*b_2+110*b_3)\geq -6.6;$$

$$(a_0+70*a_1+30*a_2+128*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+30*b_2+128*b_3)\geq 7.7;$$

$$-(a_0+70*a_1+30*a_2+128*a_3)+0.8*(b_0+70*b_1+30*b_2+128*b_3)\geq -5.3;$$

End
